UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Georgios Dimitroglou Rizell
Oswald Fogelklou
Lennar Salling

PROV I MATEMATIK
Transformmetoder, 1MA034
2011-08-17

Skrivtid: 14-19

Tillåtna hjälpmedel: Bifogad formelsamling.

Betygsgränser: För betygen 3,4 resp. 5 krävs minst 18, 25 resp. 32 poäng. På varje uppgift kan man erhålla maximalt 8 poäng.

Samtliga lösningar skall vara försedda med utförliga förklaringar.

---

1. Låt $f(x)$ vara en 2π-periodisk funktion sådan att

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0 \\ x, & 0 \leq x < \pi. \end{cases}$$

(a) Bestäm funktionens fourierserie.

(b) Beräkna seriens värde i punkterna $n\pi$, där $n \in \mathbb{Z}$ är ett heltal, samt motivera varför serien har ett gränsvärde i dessa punkter.

2. Lös följande differensekvation

$$a_{n+2} - a_{n+1} - 2a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$$

för $n \in \mathbb{N}$, givet att $a_0 = a_1 = 0$.

3. Funktionen $x(t)$ är definierad för $t \geq 0$ och uppfyller

$$x''(t) - 2x'(t) + 2x(t) = e^{-t},$$

samt $x(0) = 1, x'(0) = 3$. Bestäm $x(t)$.

4. (a) Beräkna fouriertransformen $\hat{f}(\omega)$ till funktionen

$$f(t) = \begin{cases} e^t, & t < 0 \\ -e^{-t}, & t \geq 0. \end{cases}$$

(b) Bestäm en funktion $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ som uppfyller ekvationen

$$\int_{-\infty}^{\infty} u(t-x)e^{-|x|}dx = te^{-|t|}.$$

5. Lös värmeledningsekvationen

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, & 0 < x < \pi,\ t > 0, \\ u(0,t) = 1,\ u(\pi,t) = 1, & t > 0, \\ u(x,0) = 0 & 0 < x < \pi. \end{cases}$$