

Skrivtid: 9–14. Tillåtna hjälpmedel: Manuella skrivdon och “Formelsamling i Fourieranalys”. Varje korrekt löst uppgift ger 8 poäng. För betygen 3, 4, 5 krävs minst 18, 25 respektive 32 poäng.

Jag avser att komma till skrivsalen omkring klockan 11 för att höra om det finns frågor. Läs igenom hela texten till dess och kontrollera att du förstår alla formuleringar. Kontrollera om möjligt dina svar!

---

**Uppgift 1** Låt  $f$  vara en  $2\pi$ -periodisk funktion som ges av  $f(t) := t^2$  då  $t \in [0, 2\pi)$ . Beräkna den reella fourierserien. Bestäm summan av fourierserien i varje punkt  $t \in \mathbb{R}$ . Motivera tydligt.

**Uppgift 2** Lös differensekvationen

$$u(k+2) - 5u(k+1) + 6u(k) = 2^k, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

givet att  $u(0) = u(1) = 0$ .

**Uppgift 3** Lös differentialekvationen

$$y'' - y' - 2y = 2, \quad t \geq 0$$

med hjälp av laplacetransform givet att  $y(0) = y'(0) = 1$ .

**Uppgift 4** Visa att det finns en och endast en funktion  $f \in L^1(\mathbb{R})$  som uppfyller  $f * f = f$ .

**Uppgift 5** Hitta en formell lösning,  $u(x, t)$ , till

$$\begin{cases} u_{xx} + \frac{u}{4} = u_t & x \in (0, \pi), \quad t \in (0, \infty) \\ u(0, t) = 0, \quad u(\pi, t) = 1, & t \in (0, \infty) \\ u(x, 0) = 0 & x \in (0, \pi). \end{cases}$$