1. (a)

$$f(x) \sim \pi + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2}{n} \sin nx.$$

(b) Låt $k \in \mathbb{Z}$. Enligt Dirichlets sats konvergerar ovanstående serie till $f(x)$ då $x \neq k2\pi$ eftersom $f(x)$ är kontinuerlig och differentierbar i dessa punkter. För $x = k2\pi$ summerar serien uppenbarligen till π, eftersom alla termer som innehåller $\sin nx$ försvinner för $x = k2\pi$. (Detta stämmer även översens med Dirichlets sats, eftersom medelvärdet av vänster- och högergränsvärdena för $f(x)$ i punkterna $k2\pi$ är $(2\pi + 0)/2 = \pi$.)

2.

$$a_n = \frac{5}{4} - \frac{1}{4}(-1)^n - \frac{3}{2}n,$$
$$b_n = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}(-1)^n + \frac{3}{2}n.$$

3.

$$x(t) = 1 - e^{-t} \cos 2t.$$

4. Det finns en lösning $f(t) \in L^1(\mathbb{R})$ om och endast om $\alpha > 1$ (detta följer av Riemann-Lebesgues sats). Lösningen är:

$$f(t) = \frac{-\alpha t}{\sqrt{2\pi}(\alpha^2 - 1)^{3/2}} e^{-\left(\frac{t}{\sqrt{\alpha^2-1}}\right)^2/2}.$$

5.

$$u(x,t) = x + \frac{3}{4} \sin t \sin x - \frac{1}{4} \frac{\sin 3t \sin 3x}{3}.$$