UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Georgios Dimitroglou Rizell
Oswald Fogelklou

PROV I MATEMATIK
**Transformmetoder, 1MA034**
2011-01-07

**Skrivtid:** 8-13

**Tillåtna hjälpmedel:** Bifogad formelsamling.

**Betygsgränser:** För betygen 3,4 resp. 5 krävs minst 18, 25 resp. 32 poäng. På varje uppgift kan man erhålla maximalt 8 poäng.

*Samtliga lösningar skall vara försedda med utförliga förklaringar.*

---

**1.** Låt $f(x)$ vara en $2\pi$-periodisk funktion sådan att $f(x) = x$ då $0 \le x < 2\pi$.

(a) Bestäm funktionens fourierserie på reell form. /5p

(b) För vilka $x \in \mathbb{R}$ konvergerar fourierserien? (Motivera!) Beräkna seriens värde i dessa punkter. /3p

**2.** Lös följande system av differensekvationer

$$\begin{cases} b_{n+1} - 2b_n - a_n &= (-1)^n, \\ a_{n+1} + b_n &= 0, \end{cases}$$

för $n \in \mathbb{N}$, givet att $a_0 = 1$, $b_0 = 0$.

**3.** Funktionen $x(t)$ är definierad för $t \ge 0$ och uppfyller

$$x'(t) - 3x(t) + 20\int_0^t x(t-u)e^{-5u}du = 1,$$

samt $x(0) = 0$. Bestäm $x(t)$.

**4.** För vilka värden på $\alpha > 0$ har ekvationen

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t-u)e^{-u^2/2}du = \frac{d}{dt}e^{-(t/\alpha)^2/2}$$

en lösning i $L^1(\mathbb{R})$? Hitta alla sådana lösningar.

**5.** Lös vågekvationen

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, & 0 < x < \pi, \quad t > 0, \\ u(0,t) = 0, u(\pi,t) = \pi, & t > 0, \\ u(x,0) = x,\ \frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = \sin^3 x & 0 < x < \pi. \end{cases}$$