UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Mattias Enstedt

PROV I MATEMATIK
Transformmetoder, 1MA034
2010–01–15

Skrivtid: 8–13

Tillåtna hjälpmedel: Bifogad formelsamling samt miniräknare.

Betygsgränser: För betygen 3, 4 resp. 5 krävs minst 18, 25 resp. 32 poäng. På varje uppgift kan man erhålla maximalt 8 poäng.

Samtliga lösningarna skall vara försedda med utförliga förklaringar.

---

1. Beräkna Fourierserien till den udda funktionen med period 2 given av $f(t) = t(1-t)$ då $t \in [0,1]$. I vilka punkter är summan $f(t)$?

2. Bestäm talföljderna $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ och $(b_n)_{n=0}^{\infty}$ då $a_0 = 0$, $b_0 = 1$ och

$$\begin{cases} a_{n+1} + b_n = 2, \\ a_n = b_{n+1}. \end{cases}$$

3. Hitta en lösning $u(x,t)$ till

$$\begin{cases} u_{tt} + 2u_t + xu_x + u = xt, & x > 0, \quad t > 0, \\ u(x,0) = u_t(x,0) = 0, & x > 0, \\ u(0,t) = 0, & t > 0. \end{cases}$$

4. Bestäm Fouriertransformen av

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0, \\ -e^{x}, & x \le 0, \end{cases}$$

samt beräkna

$$\int_0^\infty \frac{x^2}{(1+x^2)^2} \mathrm{d}x.$$

5. Hitta en funktion, $u(x,y)$, som löser

$$\begin{cases} u_{yy} + u_{xx} = x, & 0 < x < 1, \quad 0 < y < 1, \\ u(0,y) = u(1,y) = 0, & 0 < y < 1, \\ u(x,0) = u(x,1) = 0, & 0 < x < 1. \end{cases}$$