

DUBBELVALSAVVECKLING OCH SPLITTRING PÅ OLIKA VALSEDLAR MED HELTALSMETODEN

SVANTE JANSON AND SVANTE LINUSSON

SAMMANFATTNING. Vid användandet av heltalsmetoden vid proportionella val finns det i Sverige sedan länge etablerade regler för dubbelvalsavveckling när någon person väljs för två eller flera partier. Vi studerar om det är möjligt för ett parti att öka antalet mandat genom att splittra sina röster på olika listor. Vi bevisar att det inte går.

1. INLEDNING

Vi betraktar ett val, där ett bestämt antal personer (t.ex. en kommunal styrelse eller nämnd) ska väljas enligt den metod som används i Lagen om proportionellt valsätt (SFS 1992:339). Detta innebär att valet sker med valsedlar där varje valsedel har ett partinamn och en (ordnad) lista på kandidater.¹ Platserna fördelas mellan olika partier med heltalsmetoden. En komplikation som kan inträffa är att någon person står som kandidat för och blir invald för mer än ett parti. I detta fall sker dubbelvalsavveckling enligt reglerna i Lagen om proportionellt valsätt (SFS 1992:339) så att en person som fått plats för $k \geq 2$ partier räknas som $1/k$ plats för varje parti.² (Se Appendix A för lagtexten och Appendix B för en historik.)

En fråga är om det är möjligt för ett parti att avsiktligt splittra sina röster på flera olika listor med olika partinamn, kanske med olika kandidater, eller samma kandidater i olika ordning, och tjäna på detta. Vi fick denna fråga från tjänstemän på Finansdepartementet. Bakgrunden är att de arbetade med ett nytt förslag till regler i Lagen om proportionellt valsätt i syfte att förhindra fientliga karteller, som vi skrivit om i [1].³

Svaret, som vi ger här, är att det inte går, och att valmetoden, med denna form av dubbelvalsavveckling, alltså är stabil mot sådan taktikröstning. För den matematiskt intresserade finns fortfarande en intressant fråga som vi nämner i slutet.

Date: 13 december 2021; referens tillagd 23 mars 2022.

SJ delvis stödd av Knut och Alice Wallenbergs Stiftelse.

SL delvis stödd av Vetenskapsrådet 2018-05218.

¹Lagen talar egentligen om ”gruppnamn” istället för partinamn. Det beror på att i t.ex. val inom kommunfullmäktige är det vanligt med karteller där flera partier går ihop; de använder då ett gemensamt gruppnamn vid valet. För våra syften har detta ingen betydelse, och vi använder därför för enkelhets skull den allmänna termen partier även för karteller (grupper).

²Detta ska skiljas från reglerna för fördelning *inom* ett parti av platserna när det finns flera listor och samma person kan stå på flera listor. Se [1] för dessa regler.

³Förslaget har senare lagts fram i regeringens proposition 2021/22:125 (24/2 2022).

2. SPLITTRING LÖNAR SIG INTE

Antag att vid ett val som i inledningen, alla andra partier (karteller) har en valsedel var, men att parti A funderar på att splittra sina röster. Antag också att ingen kandidat förs fram av mer än ett parti.

Anmärkning 1. Vi antar för enkelhets skull att det bara finns en lista för varje partinamn. Detta är ingen inskränkning, eftersom Lagen om proportionella val säger att när det finns flera listor med samma partinamn (gruppnamn) så förs de först samman till en rangordning för det partinamnets kandidater innan platserna fördelas mellan partierna. Fördelningen mellan partier blir alltså som om varje partinamn har en lista.

Sats 2. *Om alla andra partier röstar med en lista var (och ingen person kandiderar för mer än ett parti), så kan ett parti aldrig få fler platser genom att dela upp sina röster på flera listor med olika partinamn. (I det fall lottning om sista platsen sker i båda fallen så förutsätter vi att lottningen ur partiets synpunkt ger samma resultat för båda fallen.)*

Bevis. För varje parti X , låt X ha r_X röster, och låt m_X vara antalet platser som X får om alla partier röstar med en enda lista var. Vid en sådan omröstning fördelas platserna mellan partierna med heltalsmetoden, utan någon komplikation med dubbelvalsavveckling. Vid beräkningarna avtar jämförelsetalen för varje ny plats (eller är lika). Låt J vara jämförelsetalet för den sista plats som delas ut till något annat parti än A . (Vi kan anta att det finns ett sådant parti; i annat fall får A alla platser utan att splittra sina röster, och kan alltså inte vinna på någon taktisk manöver som röstsplittning.) För varje parti $X \neq A$ som fått någon plats alls (dvs $m_X > 0$) var dess jämförelsetal när den platsen delades ut (och de innan alltså hade $m_X - 1$ platser)

$$\frac{r_X}{(m_X - 1) + 1} = \frac{r_X}{m_X}. \quad (2.1)$$

J är jämförelsetalet för den sista av dessa platser, och är alltså det minsta av talen i (2.1). Alltså gäller för varje $X \neq A$

$$\frac{r_X}{m_X} \geq J. \quad (2.2)$$

Vidare gäller att om A redan hade fått m' platser den sista gången något annat parti än A fick en plats, så hade A då jämförelsetalet $r_A/(m' + 1)$. Eftersom den platsen vanns av ett annat parti med jämförelsetalet J , och $m' \leq m_A$, så gäller

$$\frac{r_A}{m_A + 1} \leq \frac{r_A}{m' + 1} \leq J \quad (2.3)$$

och därför

$$\frac{r_A}{J} \leq m_A + 1. \quad (2.4)$$

Antag nu att A istället delar upp sina röster på flera listor med olika partinamn, säg listorna ℓ_1, \dots, ℓ_n med röstetalen a_1, \dots, a_n , där $\sum_{i=1}^n a_i = r_A$. (Dessa listor kan se ut hur som helst; de kan ha samma kandidater i olika ordning, eller delvis samma eller helt olika kandidater.)

Vi delar upp resten av beviset i flera steg, och börjar med ett speciellt fall.

Steg 1: Fallet att vid någon uträkning får en av A :s listor en plats med ett jämförelsetal $< J$.

När en av A:s listor får en plats ut med jämförelsetal $< J$, så har alla andra partier vid det tillfället högst samma jämförelsetal, alltså jämförelsetal $< J$. Detta och (2.2) visar att varje annat parti X då har fått minst m_X platser, d.v.s. lika många som om A bara hade en lista. Det är då omöjligt att A kan få fler platser än m_A , I detta fall kan A alltså inte vinna på att splittra listorna.

I fortsättningen behandlar vi det återstående fallet. Vi kan alltså anta att: *Vid varje uträkning där någon av A:s listor får en plats har den ett jämförelsetal $\geq J$.*

Låt m_i vara antalet platser som tilldelas listan ℓ_i . Notera att m_i inte behöver vara ett heltal eftersom dubbelvalsavveckling kan ha använts.

Steg 2: För varje lista ℓ_i gäller

$$m_i \leq \frac{a_i}{J}. \quad (2.5)$$

Bevis. Betrakta sista steget när ℓ_i hade lägst jämförelsetal och för sista gången ökade antalet mandat från den listan. Låt m'_i vara antalet mandat innan den fördelningen; listan hade då jämförelsetalet $a_i/(m'_i + 1)$. Från steg 1 ovan vet vi att vi kan anta att

$$\frac{a_i}{m'_i + 1} \geq J \quad (2.6)$$

vilket ger

$$m'_i + 1 \leq \frac{a_i}{J}. \quad (2.7)$$

Men $m_i \leq m'_i + 1$, med likhet endast om det utdelade mandatet inte gick till en kandidat redan vald på någon annan lista och dessutom ingen kandidat vald från lista ℓ_i i ett senare skede blir invald också på en annan lista. \square

Steg 3: Beräkning. Om vi har strikt olikhet i (2.4) får vi tillsammans med (2.5) att

$$\sum_{i=1}^n m_i \leq \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{J} = \frac{r_A}{J} < m_A + 1. \quad (2.8)$$

Eftersom $\sum_{i=1}^n m_i$ måste vara ett heltal så bevisar detta att A inte kan ha tjänat på att dela upp listorna.

Om vi har likhet i (2.4) får vi istället

$$\sum_{i=1}^n m_i \leq \frac{r_A}{J} \leq m_A + 1. \quad (2.9)$$

Om A skulle ha tjänat på splittringen så skulle vi ha likhet också i olikheten (2.9).

Likhet i (2.4) betyder likhet i (2.3), och alltså är $m' = m_A$. Detta betyder att A inte fått någon senare plats, så sista platsen gick till ett annat parti med jämförelsetalet J ; vidare visar likhet i (2.3) att A då hade samma jämförelsetal J . Med andra ord var det lottning om sista platsen mellan A och ett eller flera andra partier, och A förlorade.

Likhet i (2.9) betyder likhet i (2.5) för alla listor ℓ_i ; speciellt för den lista ℓ_i som fick sista platsen av A:s listor. Beviset för steg 2 visar nu dels att denna plats besattes av en kandidat som inte redan fått plats på annan lista, dels att jämförelsetalet för denna plats var $a_i/m_i = J$ (i själva verket skulle gälla $a_j/m_j = J$ för alla A:s listor). På samma sätt som i beviset av steg 1 ser vi också att alla andra partier inte kan ha

jämförelsetal $< J$; Alltså har minst ett annat parti jämförelsetal $\geq J$. Eftersom ℓ_i fick platsen måste det ha varit lottning om platsen mellan lista ℓ_i och ett eller flera andra partier, och ℓ_i (dvs A) vann. (Med lite mer jobb kan man visa att A i själva verket här måste ha vunnit ytterligare lottningar.)

Sammanfattningsvis har vi visat att den enda möjligheten för A att tjäna på att splittra listorna är att A förlorar en lottning i det ena fallet och vinner en motsvarande lottning i det andra, ett fall vi har uteslutit (eftersom det inte säger något om valsystelet eller möjligheten till taktikröstning). \square

Vi har här antagit att de andra partierna (kartellerna) inte också splittrar sina listor. Huruvida det skulle kunna uppstå lägen då det lönar sig att splittra sina röster ifall man vet att ett annat parti kommer att göra det följer inte av vårt bevis ovan. Vi lämnar det som en öppen fråga.

Öppet problem 3. Finns det situationer då ett (eller flera) partier splittrar sina röster på olika listor (med olika partinamn) så att det för ett annat parti kan löna sig att också splittra upp sina listor?

Anledningen att det inte är självklart är att jämförelsetalen inte är monotont avtagande när dubbelvalsavveckling förekommer, se exempel nedan. Vi vill istället påpeka att ur ett spelteoretiskt perspektiv så bör partier undvika att splittra sina röster på olika listor.

Följdsats 4. Att varje parti röstar med bara en lista är en Nash-jämvikt.

Bevis. Att en uppsättning strategier (en för varje parti) är en Nash-jämvikt betyder att om alla andra partier håller fast vid sina strategier så kan ett parti inte tjäna på att byta strategi. Sats 2 visar att detta gäller. \square

Exempel 5. Antag att parti A har 23 röster och dess röster splittras på två listor med olika partinamn och med kandidaterna X, Y och Z enligt följande:

ℓ_1 : X Y Z 15 röster

ℓ_2 : X Z 8 röster

Parti A kommer då att få kandidater valda i följande ordning, med jämförelsetal inom parentes.

ℓ_1 : X (15)

ℓ_2 : X (8)

ℓ_1 : Y ($\frac{15}{1+1/2} = 10$)

Jämförelsetalen för A blir alltså 15, 8, 10 i den ordningen.

APPENDIX A. DUBBELVALSAVVECKLING I LAGEN OM PROPORTIONELLA VAL

I Lagen om proportionellt valsätt (SFS 1992:339) formuleras heltalsmetoden med regeln om dubbelvalsavveckling på följande sätt:

21 § För varje gång en valsedelsgrupp tilldelas en plats skall den genast besättas med den som enligt gruppens lista står närmast i tur att få platsen.

Detta gäller också om den som är berättigad till platsen redan har fått en plats från en eller flera andra grupper.

22 § Jämförelsetalet för en grupp är lika med det antal röster som valsedelsgruppen har fått, så länge gruppen inte har blivit tilldelad någon plats.

För varje gång som en grupp har tilldelats en plats, skall jämförelsetalet beräknas så att gruppens röstetal delas med det tal som motsvarar det antal platser som gruppen har tilldelats, ökat med 1.

Om en person har fått platser från två valsedelsgrupper, skall vardera platsen dock bara anses som en halv plats vid beräkningen av det antalet platser som har delats ut. Om någon har fått platser från tre grupper, skall varje sådan plats räknas som en tredjedels plats, och så vidare efter samma grund.

APPENDIX B. HISTORIK

Metoden som behandlas i denna artikel för dubbelvalsavveckling när någon valts för flera partier infördes i Sverige ursprungligen för riksdagsval när proportionella val (då med heltalsmetoden) infördes i samband med rösträttsreformen 1909, se Lag om val till riksdagen 26 maj 1909, 8 § (SFS 1909:36) med samma regler (och delvis ordagrant samma lydelse) som i nuvarande lag om proportionella val.⁴⁵ (Att personer stod på listor för flera partier var uppenbarligen fullt rimligt då. Numera torde det knappast inträffa.)

Dessa regler för dubbelvalsavveckling vid allmänna val behölls sedan länge, och överlevde andra ändringar i valmetoden 1921 (SFS 1921:316, nya regler för fördelning av platser inom partier) och 1952 (SFS 1952:267, jämkade uddatalsmetoden istället för heltalsmetoden). De försvann när utjämningsmandat infördes med enkammarriksdagen 1970.

För proportionella val inom städer och landsting, och senare alla kommuner, utfärdades 1913 en stadga med samma valmetod som vid riksdagsval, inklusive reglerna om dubbelvalsavveckling. 1954 ersattes denna metod av nuvarande valmetod (SFS 1955:138, senare ersatt av SFS 1992:339 med samma sakinhåll), men reglerna för dubbelvalsavveckling behölls.

APPENDIX C. NÅGRA ALTERNATIV FÖR DUBBELVALSAVVECKLING

Den i denna artikel diskuterade metoden för dubbelvalsavveckling är inte den enda möjliga. Vi nämner här kortfattat några alternativ.

C.1. Får inte förekomma. Det enklaste är att föreskriva att ingen person får kandidera på mer än en lista, så att problemet med dubbelvalsavveckling försvinner; detta gällde bland annat i regeringens förslag till valmetoder (och rösträttsreform) som förkastades av riksdagen 1904 och 1905 (se Riksdagens skrivelse 1907:147, sid 17). Detta är nog i praktiken en vanlig metod vid olika typer av val. På detta sätt undviks alla matematiska problem, men det finns naturligtvis andra nackdelar.

C.2. Först till kvarn. En enkel metod är att en person som tilldelas en plats därefter ses som obefintlig på alla andra listor. Personen tillträder alltså den första plats som erbjuds (den med högst jämförelsetal), och skulle personen komma ifråga för att få en plats på en annan lista så går den platsen automatiskt till nästa person på listan.

⁴Detta ska, som sagts, skiljas från reglerna för fördelning *inom* ett parti av platserna när det finns flera listor och samma person kan stå på flera listor. Detta skedde i vallagen 1909 med en kombination av två metoder: *rangordningsregeln* och *reduktionsregeln* (*Thieles metod*) (SFS 1909:36 7 §); för närvarande används istället personröster och *Phragmén's metod* vid riksdagsval och (en annan version av) *Thieles metod* i Lagen om proportionella val. Se vidare [1].

⁵Valmetoden i den nya vallagen var enligt propositionen (Kungl. Maj:ts nådiga Proposition 1907:28 sid 26) utarbetad av Överdirektören Phragmén. Vi vet inte om Edvard Phragmén själv hittat på metoden för dubbelvalsavveckling, eller om han fått den från någon annan.

Det är lätt att se att satsen ovan gäller även för denna metod. Beviset ovan gäller med vissa modifieringar och förenklingar, men det är enklare att se att antalet platser ett parti får inte beror på vilka namn som står på listorna. Platserna fördelas alltså med heltalsmetoden mellan listorna, och det är då välkänt att en partisplittring aldrig kan löna sig.

Metoden har andra nackdelar, vilket illustreras av följande exempel.

Exempel 6. Antag att ett parti är splittrat på två listor (med olika partinamn):

ℓ_1 : X Y 15 röster

ℓ_2 : X Z 8 röster.

Partiets först valde är naturligtvis X, som väljs på lista ℓ_1 , men om partiet får ytterligare en plats tillfaller den Z på lista ℓ_2 (med jämförelsetal 8, före Y på ℓ_1 med jämförelsetal 7,5).

I detta fall är metoden som diskuteras i denna artikel (se Appendix A) mer rättvis. (Detta utesluter inte att det kan finnas andra fall där den metoden är sämre.)

C.3. Vallagens metod. Vid allmänna val till riksdag, region och kommun i Sverige används enligt Vallagen (SFS 2005:837 14 kap. 11 §) för dubbelvalsavveckling en metod som i korthet (och bortsett från personröster) innebär att en person som får flera platser tillträder den plats där personen fått högst jämförelsetal; de platser personen inte tillträder fördelas enligt särskilda beräkningar med samma regler som vid tillsättning av ersättare.⁶

Detta är alltså en mer komplicerad version av metoden i avsnitt C.2. Det är också ett känt faktum att detta leder till ibland märkliga effekter för partier som har ett eller flera gemensamma toppnamn i flera valkretsar i likhet med Exempel 6. Ett exempel är valet i Stockholm stad 2002 då FP hade 4 namn i en gemensam topp och lokala kandidater från plats 5 och nedåt i de 6 valkretsarna. Det gick bättre än tidigare val för FP och allra bäst i valkrets 3. Så bra att samtliga valda ledamöter i valkrets 3 kom från den gemensamma toppen. Det gjorde att den lokala kandidaten på plats 5 i den starkaste valkretsen inte blev invald.

REFERENSER

- [1] Svante Janson & Svante Linusson: *Proportionella val inom kommunfullmäktige*, opublicerad artikel, 2019.

<http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:kth:diva-249662>

MATEMATISKA INSTITUTIONEN, UPPSALA UNIVERSITET, BOX 480, 751 06 UPPSALA, SWEDEN

Email address: svante.janson@math.uu.se

URL: <http://www2.math.uu.se/~svante/>

MATEMATISKA INSTITUTIONEN, KTH, 100 44 STOCKHOLM

Email address: linusson@kth.se

URL: <http://www.kth.se/profile/linusson/>

⁶Det torde numera inte förekomma att någon tilldelas platser för flera olika partier. Däremot är det vanligt förekommande att en person väljs för samma parti i flera valkretsar, så att dubbelvalsavveckling sker av den anledningen.