

UPPSALA
UNIVERSITET

Matematiska institutionen
Svante Janson
Professor

Besöksadress:
Ångströmlaboratoriet
Lägerhyddvägen 1
Polacksbacken

Postadress:
Box 480
751 06 Uppsala

Telefon:
018-471 3188

Telefax:
018-471 3201

Hemsida:
<http://www.math.uu.se/~svante>

Epost:
svante.janson@math.uu.se

Department of
Mathematics
Svante Janson
Professor

Visiting address:
The Ångström Laboratory
Lägerhyddvägen 1
Polacksbacken

Postal address:
P.O. Box 480
SE-751 06 Uppsala
SWEDEN

Telephone:
+46 18-471 3188

Telefax:
+46 18-471 3201

Web page:
<http://www.math.uu.se/~svante>

Email:
svante.janson@math.uu.se

Katarina Sundberg
Kommittén för förstärkning av den kommunala
demokratins funktionssätt

Den “naturliga spärren” vid kommunalval och ev. minskat antal fullmäktige.

Vid kommunalval finns ingen explicit småpartispärr, men man talar om den “*naturliga spärren*”, varmed menas den andel röster som behövs för att ett parti skall få minst ett mandat i konkurrensen med övriga partier. Detta är ingen exakt gräns, eftersom ett partis mandattal inte bara beror på partiets andel röster, utan i viss mån också på hur övriga röster fördelas mellan övriga partier.

Jag har därför beräknat tre versioner av den “naturliga spärren”:

1. Den minsta andel röster som *garanterar* minst ett mandat. (Även vid en extremt ogynnsam fördelning av övriga röster.)
2. Den minsta andel röster som gör det *möjligt* att få ett mandat. (Vid en extremt gynnsam fördelning av övriga röster.)
3. Den andel röster som gör det *troligt* att få ett mandat, vid “normala” fördelningar av övriga röster.

Formler för alla tre versionerna anges i slutet av brevet, hämtade från Janson (2012).

Som ett bestämt värde på den naturliga spärren kan man lämpligen använda den tredje versionen, vilket med m mandat ger $0,7/(m + 0,2)$ enligt formel (4) nedan. Men observera att denna siffra inte är en absolut gräns utan bara visar ungefär hur stor andel röster som behövs i ett visst val. (Som diskuteras i Janson (2012) är värdet nog ofta i överkant, beroende på att härledningen ignorerar mycket små partier.)

Exempel: I en valkrets med 31 mandat får vi, med 8 partier, att $\frac{0,7}{28,2} = 2,48\%$ av rösterna *garanterar* ett mandat, $\frac{0,7}{35,4} = 1,98\%$ av rösterna gör det *möjligt* att få ett mandat, och ungefär $\frac{0,7}{31,2} = 2,24\%$ av rösterna gör det *troligt* att få ett mandat. Vi kan säga att den naturliga spärren är ca 2,2%.

Som synes är den naturliga spärren med så många mandat väsentligt lägre än spärrarna vid landstings- och riksdagsval (3% resp. 4%).

Den naturliga spärren beror på antalet mandat i valkretsen, och blir högre ju färre mandat som finns. Med fler partier ökar osäkerheten och de yttre gränserna blir lite vidare, men värdet i formel (4) ändras inte. Detta illustreras av tabell 1 som beräknar värdena i 1.–3. ovan för en valkrets



med 31, 21 eller 15 mandat, och 8 eller 10 partier. Den sista kolumnen anger alltså det bästa teoretiska värdet på den naturliga spärren.

| m | n | 1. säkert | 2. möjligt | 3. troligt |
|-----|-----|-----------|------------|------------|
| 15 | 8 | 5,74 | 3,61 | 4,61 |
| 15 | 10 | 5,93 | 3,37 | 4,61 |
| 21 | 8 | 3,85 | 2,76 | 3,30 |
| 21 | 10 | 4,07 | 2,61 | 3,30 |
| 31 | 8 | 2,48 | 1,98 | 2,24 |
| 31 | 10 | 2,57 | 1,90 | 2,24 |

Tabell 1: Några exempel, med m mandat och n partier.

Detta illustreras också av tabell 2 (tagen från Janson (2012)), som visar några valkretsar från kommunvalet 2010, däribland några småkommuner med 31 mandat i en valkrets. För varje valkrets visas först mandatantal och sedan de teoretiska värdena enligt formlerna nedan (som antal partier har jag räknat med 8 utom i Arjeplog (5) och Knivsta (9), men detta spelar ingen större roll för resultatet). Därefter följer (kolumnen “ja”) det minsta parti som fick mandat och (“nej”) det största parti som inte fick mandat. Slutligen visas den andel röster ett hypotetiskt nytt parti skulle ha behövt för att få ett mandat; det nya partiet antas värva röster bland soffliggarna så att övriga partiers röstetal är oförändrade.

| Valkrets | m | trol. | möjl. | säk. | ja | % | nej | % | nytt % |
|-------------|-----|-------|-------|------|-----|------|-----|------|--------|
| Stockholm 2 | 15 | 4,61 | 3,61 | 5,74 | V | 4,50 | KD | 4,22 | 4,30 |
| Stockholm 5 | 16 | 4,32 | 3,43 | 5,30 | FP | 8,81 | C | 3,49 | 4,09 |
| Stockholm 6 | 16 | 4,32 | 3,43 | 5,30 | V | 7,31 | KD | 3,84 | 3,91 |
| Stockholm 3 | 17 | 4,07 | 3,27 | 4,93 | KD | 4,42 | V | 3,62 | 4,00 |
| Stockholm 4 | 17 | 4,07 | 3,27 | 4,93 | FP | 7,26 | SD | 3,79 | 3,68 |
| Stockholm 1 | 20 | 3,47 | 2,87 | 4,07 | C | 4,36 | KD | 2,68 | 3,13 |
| Uppsala M | 27 | 2,57 | 2,23 | 2,89 | KD | 4,34 | SD | 2,26 | 2,35 |
| Uppsala V | 27 | 2,57 | 2,23 | 2,89 | SD | 3,09 | FI | 1,13 | 2,48 |
| Uppsala Ö | 27 | 2,57 | 2,23 | 2,89 | SD | 4,62 | PP | 0,84 | 2,41 |
| Arjeplog | 31 | 2,24 | 2,10 | 2,36 | MP | 4,52 | M | 0,92 | 2,14 |
| Arvidsjaur | 31 | 2,24 | 1,98 | 2,48 | SD | 2,44 | MP | 1,73 | 2,23 |
| Knivsta | 31 | 2,24 | 1,94 | 2,53 | SD | 2,64 | USV | 0,03 | 2,33 |
| Övertorneå | 31 | 2,24 | 1,98 | 2,48 | ÖFA | 2,45 | FP | 1,31 | 2,14 |
| Gällivare | 41 | 1,70 | 1,54 | 1,83 | MP | 1,70 | FP | 1,32 | 1,66 |
| Eksjö | 49 | 1,42 | 1,31 | 1,52 | FP | 4,62 | V | 1,17 | 1,41 |
| Ystad | 49 | 1,42 | 1,31 | 1,52 | V | 1,91 | SPI | 1,10 | 1,40 |

Tabell 2: Några exempel från kommunalvalet 2010. Alla röstandelar i procent.

Man kan observera från tabell 1 att en minskning av antal fullmäktige från 31 till 21 skulle öka den naturliga spärren från ca 2,2% till 3,3%, men att



redan idag kan fullmäktige besluta om en indelning i två valkretsar på 15 och 16 mandat, vilket skulle ge en betydligt högre spärr på ca 4,6% i den ena och ca 4,3% i den andra valkretsen. (I en kommun med 8 000 röstberättigade och 80% valdeltagande innebär detta att om fullmäktige minskar från 31 till 21 så ökar antalet röster som behövs för ett mandat från ca 140 röster till ca 210. Vid en indelning av kommunen i två valkretsar behövs istället ca 140 röster i en valkrets.)

Observera också att det idag finns stora kommuner med valkretsar med färre än 21 mandat, t.ex. Stockholm och Göteborg.

Formler. För en kommunal valkrets med m mandat och n partier gäller följande, se Janson (2012) för bevis:

1. Om $m \geq 2n - 2$ så är ett parti som får en andel av rösterna mer än

$$\frac{0,7}{m - 0,5n + 1,2} \quad (1)$$

garanterat minst ett mandat, oberoende av hur övriga röster fördelas. Om $n - 1 \leq m < 2n - 2$ är formeln annorlunda, då behövs istället en röstandel

$$\frac{0,7}{0,8m - 0,1n + 0,8}. \quad (2)$$

2. Ett parti måste ha en andel av rösterna på minst

$$\frac{0,7}{m + 0,7n - 1,2} \quad (3)$$

för att det skall vara *möjligt* att få något mandat (vid en extremt gynnsam fördelning av övriga röster). (Förutsatt att $m \geq 2$, vilket ju alltid är fallet.)

Dessa gränser kan uppnås vid extrema exempel. Men vid normala fördelningar mellan övriga partier gäller också:

3. Det *troligt* att ett parti med en andel av rösterna mer än ungefär

$$\frac{0,7}{m + 0,2} \quad (4)$$

får ett mandat, men inte ett parti som får väsentligt mindre.

Som ett bestämt värde på den naturliga spärren kan man som sagt lämpligen använda formel (4), även om detta inte är en absolut gräns.

Referens

Svante Janson (2012), Den naturliga spärren. Rapport, februari 2012.
<http://www2.math.uu.se/~svante/papers/index.html#V5>