

UPPSALA UNIVERSITET

Matematiska Institutionen

Tanja Bergkvist

Flervariabelanalys (1MA017) ES, IT, W

Datum: 2010-10-25

Hjälpmedel: inga. Lösningarna skall åtföljas av förklarande text. Varje problem ger 5 poäng för fullständig lösning. För betyget 3 krävs minst 18 p, för betyget 4 minst 25 p och för betyget 5 minst 32 p (bonuspoäng inräknade). Lösningförslag kommer att läggas upp på sidan <http://www.math.uu.se/~tanjab/flervariabelanalys/> Rättade tentor hämtas på kansliet om ca 2 veckor. Lycka till!

1. Avgör om följande gränsvärde existerar och beräkna det i så fall:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + 3y^2}{x^2 + xy + y^2}$$

2. Beräkna riktningsderivatan av funktionen

$$f(x, y, z) = \frac{(x^2 + y^2)z}{2 - z^2}$$

i punkten $(-1, 2, 1)$, i riktning mot punkten $(0, 4, -1)$.

3. Finn ekvationen för tangentplanet till ytan $z = f(x, y) = x^2 + 2y^2$ i punkten $(2, 1, 6)$.

4. Bestäm största och minsta värdet av funktionen nedan då $x^2 + y^2 \leq 1$:

$$f(x, y) = \frac{4x - 3}{1 + x^2 + y^2}$$

5. Är $(1, 2)$ ett lokalt max eller ett lokalt min till $f(x, y) = x + y + \frac{4}{xy}$? Motivera!

6. Låt $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 - 2x \leq 0\}$ och beräkna $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$.

7. Beräkna kurvintegralen

$$\int_{\gamma} (2xy - x^2 + y^2 \sin(xy^2)) dx + (x + y^2 + 2xy \sin(xy^2)) dy$$

där γ är den positivt orienterade randen till området $x^2 \leq y \leq \sqrt{x}$.

8. Visa att sambandet $x^3y + 2y^3x = 12$ definierar y som en funktion av x i en omgivning av punkten $(2, 1)$ och bestäm derivatan av denna funktion i $x = 2$.