Uppsala Universitet
Matematiska Institutionen
Thomas Erlandsson

ÖVNINGAR

SVAR OCH ANVISNINGAR

1. a) Då $a \neq 1$ har ekvationen precis en lösning $x = \dfrac{1}{a-1}$. Då $a = 1$ får vi ekvationen $0 \cdot x = 1$ som aldrig kan gälla för några reella tal x. Ekvationen saknar alltså lösningar då $a = 1$.

   b) Ekvationen har alltid precis en lösning $x = \dfrac{b-1}{3}$ för alla b.

2. a) Genom att tillfälligt multiplicera den första ekvationen med -3 och addera den till den andra ekvationen får vi systemet $\begin{cases} x &= 2 \\ 0 \cdot x &= 0 \end{cases}$. Den första ekvationens lösning $x = 2$ satisfierar också den andra ekvationen som har alla reella tal som lösning. Systemet har därför lösningen $x = 2$.

   b) Genom att tillfälligt multiplicera den första ekvationen med -3 och addera den till den andra ekvationen får vi systemet $\begin{cases} x &= 3 \\ 0 \cdot x &= -1 \end{cases}$.

   Den andra ekvationen har inga lösningar och därför saknar systemet lösningar.

3. Figur.

4. a) Vi väljer $x_2 = t$ som fri variabel och får lösningarna $x_1 = 2 + 3t$, $x_2 = t$.

   b) Ekvationssystemet är egentligen $x_1 + 0 \cdot x_2 = 3$. Variabeln x_2 kan alltså vara vilket tal t som helst och vi får lösningarna $x_1 = 3, x_2 = t$.

5. a) $x_1 = -13$, $x_2 = 4$. b) $x_1 = 3 - 4t$, $x_2 = t$. c) Systemet saknar lösningar

   Lösningar till Övning 5.

6. Variabeln x_2 finns inte med så den är fri och vi sätter $x_2 = s$. Därefter väljer vi x_3 som fri variabel och sätter $x_3 = t$. Lösningarna är alltså $x_1 = 5 + 3t, x_2 = s, x_3 = t$.

7. Ekvationssystemet verkar besynnerligt. Om vi multiplicerar den första ekvationen temporärt med -2 och adderar den till den andra får vi systemet

$$\begin{cases} x_1 + & 2x_2 + & 3x_3 &= 1 \\ 0 \cdot x_1 + & 0 \cdot x_2 + & 0 \cdot x_3 &= 1 \end{cases}$$

   Den andra ekvationen har inga lösningar och därför har heller inte ekvationssystemet några lösningar. Den geometriska förklaringen är att systemet betyder två parallella skilda plan som alltså inte har några gemensamma punkter.

8. Vi får systemet

$$\left\{\begin{array}{rrrcl} x_1 & -4x_2+ & 7x_3 & = & 1 \\ & 3x_2+ & -5x_3 & = & 2 \\ 0\cdot x_1+ & 0\cdot x_2+ & 0\cdot x_3 & = & 7 \end{array}\right.$$

Den sista ekvationen saknar lösningar. Vi har här ett system som betyder tre plan i rummet som skär varandra två och två men de har ingen gemensam skärningslinje eller skärningspunkt.