

Deltentamen består av 15 FRÅGOR (max 1 poäng per fråga) till vilka endast svar ska ges och 2 PROBLEM (max 5 poäng per problem) till vilka fordras fullständiga lösningar.

För godkänt krävs 18 poäng. Eventuella poäng på mini-duggorna tillgodoräknas deltentamen.

**Skrivtid:** 8.00-13.00 **Tillåtna hjälpmedel:** Skrivdon.

### FRÅGOR

1. Vad är  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x + 2}{x^2 + x + 1}$ ?
2. Vad är  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{t^2 + 1} - 1}{t}$ ?
3. Vad är  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2}$ ?
4.  $f(x) = \ln(\sin^2 x)$ . Vad är  $f'(x)$ ?
5.  $f(x) = \tan^{-1}(x^2)$ . Vad är  $f'(x)$ ?
6.  $f(x) = \frac{1}{\ln|x|}$ . Vad är  $f'(x)$ ?
7. Vad är  $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{e^{-1/t}}{t}$ ?
8. Vad är  $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x^2$ ?
9. Vad är  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x(\ln x)^2$ ?
10. Vad är definitionsmängden för  $\ln(1 + \ln x)$ ?
11. Vad är värdemängden för  $\tan^{-1}(x^2)$ ?
12.  $f(x) = 1 - x^2$ ,  $0 \leq x \leq 1$ . Vad är inversen  $f^{-1}(x)$ ?
13.  $f(x) = \ln \frac{1}{x}$ . Vad är inversen  $f^{-1}(x)$ ?
14. En rät linje genom origo tangerar kurvan  $y = e^x$ . Vad är tangeringspunktens koordinater?
15.  $f(x) = e^{-1/x^2}$  då  $x \neq 0$ ,  $f(0) = 0$ . Vilken rät linje är tangent till kurvan  $y = f(x)$  i origo?

V.G.V!

## PROBLEM

1.

$$f(x) = \begin{cases} 1 - e^x, & x \leq 0 \\ xe^{-\frac{1}{3}x}, & x > 0 \end{cases}$$

Bevisa att funktionen har ett största och ett minsta värde och bestäm dessa.

2.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \ln |x|, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

Bevisa att funktionen har horisontell tangent i origo. Skissera kurvan och bestäm särskilt alla lokala extrempunkter. Motivera noggrant.