Uppsala Universitet
Matematiska Institutionen
T Erlandsson

Deltentamen del 1
ANALYS MN1
2004-10-11

Deltentamen består av två delar. Del 1 omfattar 15 FRÅGOR (max 1 poäng per fråga) till vilka endast svar ska ges samt 2 PROBLEM (max 5 poäng per problem) till vilka fordras fullständiga lösningar. Del 2 består av 2 TEORIFRÅGOR (max 2+ 3 poäng) samt 2 PROBLEM (max 5 poäng per problem) till vilka fordras fullständiga lösningar.
För godkänt krävs totalt 18 poäng. För väl godkänt totalt 28 poäng.
Skrivtid: 9.00-14.00 **Tillåtna hjälpmedel:** Skrivdon.

FRÅGOR

1. Vad är $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{e^{2x}+e^x+1}{2e^{2x}+3e^x+4}$?
2. Vad är $\lim\limits_{t\to 0} \dfrac{t}{\sqrt{1+t}-\sqrt{1-t}}$?
3. Vad är $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^3+1}{x+1}$?
4. $f(x)=\ln(e^x+e^{-x})$. Vad är $f'(x)$?
5. $f(x)=\tan^{-1}(1+x^2)$. Vad är $f'(x)$?
6. $f(x)=x\ln|x|$. Vad är $f'(x)$?
7. Vad är $\lim\limits_{t\to 0-} te^{1/|t|}$?
8. Vad är $\lim\limits_{x\to 0} x^{1/3}\ln\dfrac{1}{|x|}$?
9. Vad är $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\ln^2 x^2}{x}$?
10. Vad är definitionsmängden för $\ln(1+\ln|x|)$?
11. Vad är värdemängden för $\tan^{-1}(1+x^2)$?
12. $f(x)=x|x|$. Vad är inversen $f^{-1}(x)$?
13. En linje genom $(0,1)$ tangerar kurvan $1/x$. Vad är tangeringspunktens koordinater?
14. Tangenten i $(e,1)$ till $y=\ln x$ skär $y-$axeln. Vad är skärningspunktens koordinater?
15. $f(x)=\dfrac{e^{-1/x^2}}{x^2}$ då $x\neq 0$, $f(0)=0$. Vilken rät linje är tangent till kurvan $y=f(x)$ i origo?

V.G.V!

PROBLEM

1.

$$f(x) = \begin{cases} e^x, & x \le 0 \\ 1 - xe^{-\frac{1}{3}x}, & x > 0 \end{cases}$$

Bevisa att funktionen har ett största och ett minsta värde och bestäm dessa.

2.

$$f(x) = \begin{cases} x \ln^2 |x|, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

Bevisa att funktionen har vertikal tangent i origo. Skissera kurvan och bestäm särskilt alla lokala extrempunkter. Motivera noggrant.

Uppsala Universitet
Matematiska Institutionen
H Avelin, H Uscka-Wehlou, T Erlandsson

Deltentamen del 2
ANALYS MN1
2004-10-11

TEORIFRÅGOR

1. Ge den formella definitionen av $\lim_{x \to a} f(x) = L$ (använd ε och δ).

(2p)

2. Formulera noga medelvärdessatsen samt förklara dess innebörd i ord och bild.

(3p)

PROBLEM

3. Definiera funktionen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ genom formeln

$$f(x) = \lim_{n \to \infty} \frac{n+1}{xn^2 + 2n}.$$

Avgör för vilka x denna funktion är kontinuerlig.

(5p)

4. Antag att funktionen $f(x)$ är kontinuerlig i intervallet (a, b) och att för punkten c i (a, b) gäller $f(c) < 0$. Visa att då måste $f(x)$ anta negativa värden i någon omgivning av c, dvs att $f(x) < 0$ för alla x i intervallet $(c - \delta, c + \delta)$, där δ är något litet positivt tal.

(5p)