Uppsala Universitet
Matematiska Institutionen
T Erlandsson

Deltentamen del 1
ANALYS MN1
2006-10-20

Deltentamen består av två delar. Del 1 omfattar 10 FRÅGOR (max 1 poäng per fråga) samt 2 PROBLEM (max 5 poäng per problem). Fullständiga lösningar fordras för både frågorna och problemen. Del 2 består av 2 TEORIFRÅGOR (max 2 + 3 poäng) samt 3 PROBLEM (max 5 poäng per problem) till vilka fordras fullständiga lösningar. 18 poäng ger godkänt, 28 poäng väl godkänt. **Skrivtid:** 9.00-14.00 **Tillåtna hjälpmedel:** Skrivdon.

FRÅGOR

1. Vad är $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2\ln^2 x + \ln x + 1}{\ln^2 x - 1000\ln x - 1000}$?
2. Vad är $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^4 - 1}{x^2 - 1}$?
3. $f(x) = \tan^{-1}(x^{\frac{3}{2}})$. Vad är $f'(x)$?
4. $f(x) = \ln \dfrac{1}{|x|}$. Vad är $f'(x)$?
5. Vad är $\lim\limits_{t\to 0+} te^{1/t}$?
6. Vad är $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\ln(\ln x)}{\ln x}$?
7. Vad är definitionsmängden för $\ln(\ln x)$?
8. $f(x) = e^{-x}$. Vad är inversen $f^{-1}(x)$?
9. En linje genom $(1, 0)$ tangerar kurvan $1/x$. Vad är tangeringspunktens koordinater?
10. Tangenten i $(1/e, -1)$ till $y = \ln x$ skär $x-$axeln. Vad är skärningspunktens koordinater?

PROBLEM

1.
$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ xe^{-x}, & x \geq 0 \end{cases}$$
Bevisa att funktionen har ett största och ett minsta värde och bestäm dessa.

2.
$$f(x) = \begin{cases} x^3 \ln|x|, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$
Visa att x-axeln är tangent till kurvan i origo. Bestäm alla lokala extrempunkter och skissera kurvan.

V.G.V!

Uppsala Universitet
Matematiska Institutionen
H Avelin, J Björklund, V Chapovalova

Deltentamen del 2
ANALYS MN1
2006-10-20

TEORIFRÅGOR

1. Ge den formella definitionen av $\lim_{x\to\infty} f(x) = L$ (med ε).

(2p)

2. Formulera noga kramsatsen (klämsatsen) och förklara dess innebörd i ord och bild.

(3p)

PROBLEM

3. Ge bevis eller motexempel till följande påståenden:

   (a) Det finns jämna funktioner som har invers.

   (b) Det finns udda funktioner som har invers.

   Förklara i ord och bild.

(5p)

4. Låt

$$f(x) = \begin{cases} \sin(\mathrm{a}x)+\mathrm{b} & , \quad x < 0 \\ e^{2x} & , \quad x \geq 0 \end{cases}$$

   Hitta a och b så att $f(x)$ är deriverbar i alla punkter. (Tips: använd $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$)

(5p)

5. För en funktion $f(x)$ gäller att den är deriverbar i alla punkter och $\lim_{x\to\infty} f'(x) = 0$. En ny funktion definieras: $g(x) = f(x+1) - f(x)$. Visa att $\lim_{x\to\infty} g(x) = 0$.

(5p)

V.G.V!