

BASKURS ÖVNINGSTENTAMEN 1

Tentamen består av 10 problem (max 4 poäng per problem) till vilka fordras fullständiga lösningar. 18 - 24 poäng ger betyget 3, 25 - 31 betyget 4, 32 - 40 betyget 5. Hjälpmedel: Skrivdon

1. Lös ekvationen $|x - 2| = 3$.

2. Mängden $M = \{1, 2, 3, 4\}$. En viss giv ur M består av två siffror där den inbördes ordningen är betydelselös. Hur många sådana givar finns det? Ange svaret dels som en binomialkoefficient, dels som ett tal samt redovisa hur samtliga givar ser ut.

3. Bestäm samtliga reella nollställen till polynomet

$$x^3 - x^2 + x - 1.$$

4. Skriv talet

$$\frac{1 - i}{1 + i}$$

på formen $a + bi$ där a och b är reella tal.

5. Skissera grafen av funktionen

$$y = \sin \frac{\pi}{2}x, -4 \leq x \leq 4.$$

6. Skissera grafen av funktionen $y = e^x$ respektive $y = \ln x$. Bestäm roten till ekvationen

$$\ln x = 2.$$

7. Avgör om punkten $(2, 1)$ ligger på linjen genom punkterna $(1, 4)$ och $(3, -2)$. Utnyttja linjens ekvation. Hänvisning enbart till en figur räcker inte.

8. Bestäm centrum och radien för cirkeln med ekvationen

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y = 2.$$

9. Bevisa med induktion att

$$1 \cdot 4 + 2 \cdot 7 + \dots n \cdot (3n + 1) = n(n + 1)^2$$

för alla positiva heltal n .

10. Bestäm de reella och komplexa rötterna till ekvationen

$$z^3 = -1.$$

Skissera rötterna i det komplexa talplanet.