BASKURS ÖVNINGSTENTAMEN 2

Tentamen består av 10 problem (max 4 poäng per problem) till vilka fordras fullständiga lösningar. 18 - 24 poäng ger betyget 3, 25 - 31 betyget 4, 32 - 40 betyget 5. Hjälpmedel: Skrivdon

1. Lös ekvationen $|x+2| = 3$. Markera rötterna på tallinjen samt den punkt som har samma avstånd till båda rötterna.

2. Mängden $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. En viss giv ur M består av tre siffror där den inbördes ordningen är betydelselös. Hur många sådana givar finns det? Ange svaret dels som en binomialkoefficient, dels som ett tal samt redovisa hur samtliga givar ser ut.

3. Bestäm samtliga reella nollställen till polynomet
$$(x^2 - 1)(x - 1).$$
Ange särskilt nollställenas multiplicitet.

4. Skriv talet
$$\frac{i}{1+i}$$
på formen $a + bi$ där a och b är reella tal.

5. Skissera grafen av funktionen
$$y = \sin x\,,\ -2\pi \leq x \leq 2\pi.$$
Lös ekvationen $\sin x = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ i intervallet $-2\pi \leq x \leq 2\pi$.

6. Skissera grafen av funktionen $y = e^x$ respektive $y = \ln x$. Ange särskilt e^0 och $\ln 1$. Bestäm roten till ekvationen
$$\ln x = -1$$
och markera roten i figuren.

7. Avgör om punkten $(5, 0)$ ligger på linjen genom punkterna $(4, 1)$ och $(2, 3)$. Utnyttja linjens ekvation. Hänvisning enbart till en figur räcker inte.

8. Namnge och skissera kurvan
$$\frac{x^2}{4} + y^2 = 1.$$

9. Bevisa med induktion att
$$1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$
för alla positiva heltal n.

10. Bestäm de reella och komplexa rötterna till ekvationen

$$z^3 = 1.$$

Skissera rötterna i det komplexa talplanet.