

BASKURS ÖVNINGSTENTAMEN 3

Tentamen består av 10 problem (max 4 poäng per problem) till vilka fordras fullständiga lösningar. 18 - 24 poäng ger betyget 3, 25 - 31 betyget 4, 32 - 40 betyget 5. Hjälpmedel: Skrivdon

1. Bestäm de reella tal x för vilka $|x - 1| \leq 3$. Markera talen som ett intervall på tallinjen samt ange intervallets mittpunkt.

2. Hur många skyltar kan man göra som består av två siffror följda av två bokstäver om man kan välja bland n siffror och m bokstäver? Siffrorna och bokstäverna behöver inte vara olika. Skriv upp alla sådana skyltar om siffrorna väljs ur $\{1, 2\}$ och bokstäverna ur $\{A, B\}$.

3. Bestäm samtliga reella nollställen till polynomet

$$(x - 1)(x^2 - 2x + 1).$$

Ange särskilt nollställets multiplicitet.

4. Skriv talet

$$\frac{i}{1 - i}$$

på formen $a + bi$ där a och b är reella tal.

5. Skissera grafen av funktionen

$$y = \cos \frac{\pi}{2}x, \quad -4 \leq x \leq 4.$$

6. Skissera grafen av de fundamentala funktionerna $y = e^x$ respektive $y = \ln x$. Ange särskilt e^0 och $\ln 1$. Bestäm roten till ekvationen

$$\ln x = -2$$

och markera roten i figuren.

7. Linjen genom punkterna $(4, 1)$ och $(2, 3)$ skär y -axeln i punkten $(0, b)$. Bestäm b . Utnyttja linjens ekvation. Hänvisning enbart till en figur räcker inte.

8. Namnge och skissera kurvan

$$x^2 - y^2 = 1.$$

9.

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n + 1)} = 1 - \frac{1}{n + 1}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Bevisa denna formel med induktion för alla positiva heltal n .

10. Bestäm de reella och komplexa rötterna till ekvationen

$$z^3 = i.$$

Skissera rötterna i det komplexa talplanet.