

## BASKURS ÖVNINGSTENTAMEN 4

Tentamen består av 10 problem (max 4 poäng per problem) till vilka fordras fullständiga lösningar. 18 - 24 poäng ger betyget 3, 25 - 31 betyget 4, 32 - 40 betyget 5. Hjälpmedel: Skrivdon

1. Bestäm de reella tal  $x$  för vilka  $|x - 1| \geq 3$ . Markera talen som två intervall på tallinjen.
2. Mängden  $M = \{1, 2, 3, 4, A, B, C\}$ . En viss giv ur  $M$  består av tre siffror följda av två bokstäver där den inbördes ordningen är betydelselös. Hur många sådana givar finns det? Ange svaret dels med hjälp av binomialkoefficienter, dels som ett tal samt redovisa hur samtliga givar ser ut.
3. Bestäm samtliga reella nollställen till polynomet

$$(x + 1)(x^2 + 2x + 1).$$

Ange särskilt nollställets multiplicitet.

4. Skriv talet

$$\frac{1 + i}{i}$$

på formen  $a + bi$  där  $a$  och  $b$  är reella tal.

5. Skissera grafen av funktionen

$$y = \cos x, \quad -2\pi \leq x \leq 2\pi.$$

Lös ekvationen  $\cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$  i intervallet  $-2\pi \leq x \leq 2\pi$ .

6. Skissera grafen av de fundamentala funktionerna  $y = e^x$  respektive  $y = \ln x$ . Ange särskilt  $e^0$  och  $\ln 1$ . Bestäm roten till ekvationen

$$\ln x = \frac{1}{2}$$

och markera roten i figuren.

7. Linjen genom punkterna  $(-3, -1)$  och  $(3, 2)$  skär  $y$ -axeln i punkten  $(0, b)$ . Bestäm  $b$ . Utnyttja linjens ekvation. Hänvisning enbart till en figur räcker inte.
8. Namnge och skissera kurvan

$$(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 4.$$

9.

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^2} + \dots + \frac{n}{2^n} = 2 - \frac{n+2}{2^n}, n = 1, 2, 3, \dots$$

Bevisa denna formel med induktion för alla positiva heltal  $n$ .

10. Bestäm de reella och komplexa rötterna till ekvationen

$$z^3 = -8i.$$

Skissera rötterna i det komplexa talplanet.