Uppsala Universitet
Matematiska Institutionen
Thomas Erlandsson

ÖVNINGAR VECKA 4-5

SVAR OCH ANVISNINGAR

ÖVNING 1 Eftersom
$$\binom{5}{1} = \binom{5}{4} = 5$$
och utvecklingen av $(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4a^3b + b^4$ visar att
$$\binom{5}{2} = [\text{Exempel 2a)}] = \binom{5}{3} = [\text{Exempel 2b)}] = \binom{4}{3} + \binom{4}{2} = 4 + 6 = 10$$
så finner vi att
$$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5.$$

ÖVNING 2 Binomialsatsen på $(1+(-1))^n = 0$ ger
$$0 = (1+(-1))^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} 1^{n-k}(-1)^k =$$
$$= \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k}.$$
Vi kan också resonera som i Exempel 2a). För varje val av k element har vi också valt ut komplementmängden med $n-k$ element. Om n är jämnt är både mängden och dess komplementmängd samtidigt jämn eller udda. Om n är udda svarar jämn mot udda och vice versa.

EXERCISES ADAMS APPENDIX I

Exercise 1 och 3 Använd att om $z = a + bi$ så är Re $(z) = a$ och Im $(z) = b$.

Exercise 5, 7, 13, 15 Om $z = a + bi$ så är beloppet ”the modulus” $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ och argumentet ”the principal argument” $\arg z =$ vinkeln θ, $-\pi < \theta \leq \pi$ mellan z och den reella axeln. Vinkeln räknas positiv moturs och negativ medurs.

Exercise 17 Använd $\arg \left(\frac{z}{w}\right) = \arg z - \arg w$.

Exercise 23 $\arg(z) = -\frac{\pi}{3}$ betyder att z ligger under reella axeln och bildar vinkeln $60°$ med denna.

Exercise 25 Om $z = a + bi$ så är det komplexa konjugatet $\overline{z} = a - bi$, dvs spegelbilden av z med avseende på den reella axeln.

Exercise 29 Ett komplext tal z för vilket $|z| = r$ ligger på avståndet r från origo och består alltså av alla komplexa tal på en cirkel med radien r. De komplexa tal för vilka $|z| \leq r$ bildar därför en cirkelskiva med centrum i origo och radien r.

Exercise 31 Ett komplext tal z för vilket $|z - a - bi| = r$ ligger på avståndet r från talet $a + bi$ och består alltså av alla komplexa tal på en cirkel med radien r och centrum i $a + bi$. De komplexa tal för vilka $|z - a - bi| \leq r$ bildar därför en cirkelskiva med centrum i $a + bi$ och radien r.

Exercise 37 och 39 Man räknar ”som vanligt” men sätter alltid $i^2 = -1$.

Exercise 41 Utnyttja omskrivningen

$$\frac{a + bi}{c + di} = \frac{(a + bi)(c - di)}{c^2 + d^2}.$$

Vi har använt $(c + di)(c - di) = c^2 + d^2$.

Exercise 51 Finn inspiration i **Example 8.**