Uppsala Universitet
Matematiska Institutionen
Thomas Erlandsson

FUNKTIONSBEGREPPET Version 1.1

Adams, kapitel P.4, sidorna 23-29 samt några övningar.

Läs sidorna 23-24 och lär in **Definition 1** utantill.
Läs snabbt **Example 1** och **Example 2**.

Gå nu vidare till **The Domain Convention**. Denna kan översättas ungefär med **Konventionen om Definitionsmängden**.
The Domain Convention säger att om vi t ex ska studera funktionen $f(x) = \sqrt{x}$ så behöver vi inte explicit ange definitionsmängden $\{x \in \mathbf{R} | x \geq 0\}$. Alla vet ju att $\sqrt{x}$ endast är definierad för $x \geq 0$. På samma sätt behöver vi inte heller ange att funktionen $f(x) = \dfrac{1}{x}$ har definitionsmängden $x \neq 0$.

Hoppa över **Example 3**. Exemplet känns inte relevant i detta sammanhang.

Studera **Example 4** och **Example 5** noggrant. Enligt The Domain Convention behöver vi inte ange definitionsmängderna här. Om vi bedömer att läsarna inte klarar av att bestämma definitionsmängden ger vi den som en service förstås.

Nu fortsätter vi med **Graphs of Functions**, dvs **funktionskurvor**. Rita av och beundra de fundamentala funktionskurvorna i Figurerna P.38 - P.46. Dessa ska man kunna rita utantill!!!

Vi hoppar över Figurerna P.47 och P.48 samt tillhörande Exempel 7 och Exempel 8. Annars hamnar vi redan nu i avsnittet allmän kurvritning och det är alldeles för svårt på detta inledande stadium.

Läs och begrunda de åtta raderna som följer efter Exempel 8. Grafen i Figur P.49 är alltså inte grafen av en funktion.

Läs nu **Definition 2** om jämna och udda funktioner samt Figur P.50 a) och b). Hoppa över texten som följer efter Figur P.50.

Nu gör vi några övningar.

Exercises P.4 1 (endast the domain), 3 (endast the domain), 5 (endast the domain), 7, 23, 27, 29, 31.

SVAR OCH ANVISNINGAR

TRIGONOMETRISKA FUNKTIONER OCH FORMLER Version 1.1

Adams, Kapitel P.7 samt några övningar.

Avsnittet är oumbärligt. Vi kan inte hoppa över någonting.

Jag har en kommentar till **Theorem 2, Addition Formulas for Cosine and Sine**. Mitt val av bevis för additionsformlerna är följande: Vi definierar

$$\cos\theta + i\sin\theta = e^{i\theta}.$$

Då är

$$\cos(a+b) + i\sin(a+b) = e^{i(a+b)} = e^{ia}\cdot e^{ib} =$$

$$= (\cos a + i\sin a)\cdot(\cos b + i\sin b) = \cos a\cos b - \sin a\sin b + i(\sin a\cos b + \sin b\cos a).$$

Identifiering av real- och imaginärdelarna ger additionsformlerna för $\cos(a+b)$ och $\sin(a+b)$.

Den kritiska läsaren framför naturligtvis invändningen att definitionen av $e^{i\theta}$ fordrar att vi redan har additionsformlerna. Ja, det är riktigt så "beviset " ovan är kanske mer av en minnesregel än ett bevis.

Några övningar som kan rekommenderas är

Exercises P.7 7, 13, 15, 17, 19, 21, 31.

SVAR OCH ANVISNINGAR

EXPONENTIALFUNKTIONEN OCH LOGARITMEN Version 1.1

Adams Chapter 3.2.

Vi har redan träffat på en exponentialfunktion i samband med antalet delmängder av en mängd med n element, nämligen 2^n. Det är en exponentialfunktion med basen 2.

Läs **DEFINITION 4** samt **Laws of exponents** längre ned på sidan.

Läs sedan **DEFINITION 5** samt **Laws of logarithms** längre ned på sidan.

Begreppet invers funktion tolkar vi går på följande sätt: Två funktioner är varandras inverser om deras grafer är varandras spegelbilder i den räta linjen $y = x$.

Att exponentialfunktionen och logaritmfunktionen är varandras inverser innebär speciellt att vi har de fundamentala **cancellation identities** som står efter DEFINITION 5.

$$\log_a(a^x) = x \text{ alla reella } x \text{ och } a^{\log_a x} = x \text{ för alla } x > 0.$$

Studera nu graferna av några exponentialfunktioner och motsvarande logaritmfunktioner i Figur 3.8. Rita speciellt graferna för $a = 2$, dvs 2^x och dess spegelbild i $y = x$ som är $\log_2 x$.

Hoppa över **Example 2**. Vi kan inte tillräckligt om inversa funktioner än för att kunna tillgodogöra oss detta exempel.

Begrunda **Example 3**.

Nu avslutar vi med några övningar.

Exercises Ch 3.2 1, 3, 5

SVAR OCH ANVISNINGAR

DEN NATURLIGA LOGARITMEN OCH EXPONENTIALFUNKTIONEN

Version 1.1

Adams Chapter 3.3 till och med DEFINITION 7.

Om basen för exponentialfunktionen och logaritmen är talet

$$e = \lim_{n\to\infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 2.718\ldots$$

erhåller vi den naturliga exponentialfunktionen e^x och den naturliga logaritmen $\ln x$.

Resten av Chapter 3.3 kan vi inte läsa nu. Det kräver funktionsteori som vi ännu inte kan. Vi avslutar kapitlet med några övningar för att vänja oss vid de fundamentala funktionerna e^x och $\ln x$.

Exercises Ch 3.3 1, 3, 5, 7, 9

SVAR OCH ANVISNINGAR

NÅGRA ENKLA EKVATIONER Version 1.1

Vi avslutar med några enkla trigonometriska, exponentiella och logaritmiska ekvationer.

Jag finner inga trigonometriska ekvationer i Adams. Följande ekvation är menad att vara enkel.

ÖVNING 1 Lös ekvationen

$$\sin 2x = \cos 2x,\ |x| < \frac{\pi}{4}$$

Jag hittar några ekvationer på exponential- och logaritmfunktioner i Adams Ch 3.3.

Exercises Ch 3.3 11, 13

SVAR OCH ANVISNINGAR