Uppsala Universitet
Matematiska Institutionen
T Erlandsson

LÄSANVISNINGAR COLLEGE GEOMETRY 2nd EDITION

CHAPTER 2

SECTION 2.1

Genomläsning.
Inga övningar

SECTION 2.2

Vi kräver att ett axiomatiskt system är **oberoende** och **motsägelsefritt**. För att avgöra detta används **modeller**.
Övningar: A 4, 6, 7 (det ska vara en punkt i varje skärning) B 11 C 12, 13

SECTION 2.3

Övningar: A 1, 2, 3, 4 B 6, 9 C 12, 14
Moment for Discovery, page 73: Rekommenderas

SECTION 2.4

Övningar: A 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 B 15, 17, 18, 19 C 21
Moment for Discovery, page 85: Liknande metriker behandlas i Ch 3.

SECTION 2.5

Övningar : A 1, 3, 5, 7 B 12, 13, 15, 16 C 18, 19

SECTION 2.6

Övningar: A 1, 3, 5, 7 B 12 C 13, 15, 18

CHAPTER 3 OCH 4

SECTION 3.1

Här behandlas de viktiga definitionerna av kongruens för sträckor, vinklar och trianglar.

Oemotståndlig övning: C 18

SECTION 3.2

Här presenteras en modell, Taxi Cab Geometry, som visar att SAS-axiomet inte kan bevisas med de axiom vi introducerat i Ch 2.

Övningar: A 1, 3, 5, 6 ($a = 3$, $b = 4$, $c = 7$) B 12
Moment for Discovery, page 135: Rekommenderas

SECTION 3.3

Övningar: A 1, 3, 5, 7, 9, 10 (går det att visa $\angle A \cong \angle D$ med teorin i Ch 3.3 ?) B 14, 15, 16, 18, 19, 20 C 23, 24, 25
Moment for Discovery, page 147: Bygger på idéer av Hilbert

SECTION 3.4

I absolut geometri, där vi inte har något parallellaxiom, används den fundamentala *yttervinkel-olikheten*, som är Euklides [I.16], samt Saccheri-Legendres sats.

Övningar: A 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 B 15, 17, 19 C 21
Moment for Discovery, page 160: Mycket intressant

SECTION 3.5

THM 1 är mycket kraftfullt hjälpmedel vid problemlösning. THM 2 och 3 är framför allt intressant teori.

Övningar : A 1, 3, 5, 7, 8 B 10, 11, 13, 15, 16 C 17, 18 $AM < \frac{1}{2}(AB + AC)$

SECTION 3.6

AAS eller SAA, som kanske är mer vanligt att säga, är Euklides [I.26]. Övriga kongruensfall är bekväma att använda men är inte alldeles nödvändiga.

Övningar: A 3, 5, 7 B 11, 12 C 13

SECTION 3.7

Varför och hur Saccheri- och Lambertfyrhörningarna spelade så stor roll i utvecklingen av den så kallade icke-euklidiska geometrin blir nog inte helt klart förrän i Ch 6.

Övningar: A 1, 3, 5, 8, 10, 12 B 16, 17 C 21

SECTION 3.8

Detta avsnitt innehåller en elementär del, THM 2: Tangent teoremet, och ett mycket mer avancerat resultat, THM 3: Sekant teoremet.

Övningar: A 1, 3, 4, 8, 10 B 11, 12, 14 C Mycket avancerade problem
Moment for Discovery, page 202: Mycket intressant

CHAPTER 4

SECTION 4.1

Vi säger att två linjer är *parallella* om de ligger i samma plan och inte skär varandra. I absolut geometri finns gott om parallella linjer (THM 1) men de är inte användbara till någonting. Det beror på att i absolut geometri kan vi inte dra några slutsatser alls om parallella linjers geometriska egenskaper. Dessa måste bestämmas med hjälp av ytterligare axiom.
Euklides införde ett sådant som sitt femte postulat och därmed skapades det *euklidiska rummet* med *euklidisk geometri*.
Eftersom redan Ch 4.1 är mer innehållsrikt och svårare än man skulle kunna ana nöjer vi oss med problemen i Ch 4.1

Övningar A 1, 3, 5 B 9, 13, 14, 15 C 17, 20, 23

CHAPTER 6

SECTION 6.1

Hyperbolisk geometri är idag ett viktigt hjälpmedel för att förstå och beskriva naturen. Det är hjärtskärande att läsa om hur de verkliga pionjärerna inom området, Bolyai och Lobachevski, blev behandlade av sin samtid.

SECTION 6.2

Mest absolut geometri i detta avsnitt.

Övningar: A 1, 3, 5, 6, 7 B 8, 9, 10, 11, 13 C 15, 16, 17, 18 (heter oftast **Saccheri-Legendres Second Theorem** i litteraturen)
Moment for Discovery, page 433: Rekommenderas varmt

SECTION 6.3

Vi har alltså två geometrier, den euklidiska och hyperboliska, sida vid sida, som har precis samma uppsättning axiom med undantag av precis ett axiom, parallellaxiomet. Dessa parallellaxiom är varandras motsägelser. Besynnerligt att två sådana system kan finnas samtidigt!

Övningar: A 1, 2, 9 B 17, 18, 19, 20
Moment for Discovery, page 441: Detta ger alltså kongruensfallet AAA i hyperbolisk geometri. Vi har detta kongruensfall också på sfären vilket bevisades redan år 100 av Menelaus. Det är bara euklidiska rummet som har likformighet. Wallis använde likformighet för att karakterisera euklidisk geometri. Se Ch 6.2 problem 20.

SECTION 6.4

Poincaré upptäckte sin modellvariant för hyperbolisk geometri då han studerade differentialekvationer av en viss typ!

Övningar: A 1, 3, 5 B 12, 16, 17 C 19, 20, 21, 22, 23, 26, 27, 29=**Hilbert's Theorem** Vem kan motstå ett problem som krävde Hilbert för att lösa det? Egentligen löste dock också Saccheri detta problem i sin avhandling 1733.
Moment for Discovery, pages 458-459: Mycket intressanta

SECTION 6.5

Hyperbolisk trigonometri verkar ju väldigt avancerat men dessa formler var redan kända av en mästare som Lambert under 1700-talet långt innan det fanns någon modell för hyperbolisk geometri.

Övningar : A 6 B 13, 15, 19 C 20 (man kan konstruera gränsparalleller utan att lämna skrivbordet!), 21, 22, 24, 27