8. a) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ betyder att $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ avbildas

på $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ samt $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ avbildas på

$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, dvs $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ tillhör både

nollrummet och värderummet

som alltså är samma rum.

b) dim Nul A + dim Col A = dim $\mathbb{R}^n$

Nul A = col A betyder att

n måste vara jämnt.

c) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Kolonn 2 och 4 ger Col A =

$= \text{Span}\left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$.

Kolonn 1 och 3 ger att Nul A =

$= \text{Span}\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$

d) dim $A = 2n$. dim Nul $A = n$.

Varje vektor i Nul A är en

egenvektor med egenvärdet 0,

Alltså $E(0)$ = Nul A.

Om $Ax = \lambda x$, $\lambda \neq 0$, $x \neq 0$ gäller

$\lambda x \in$ Nul A eftersom Col A = Nul A.

Alltså $A(\lambda x) = 0 = \lambda x$ och λ måste

vara 0. $E(0)$ är enda egenrummet.

dim $E(0) = n$. A ej diagonaliserbar.