

Hjälpmedel: Inget annat än skrivdon.

Maxpoäng: 100 poäng. *Gräns för godkänt:* 45 poäng.

20 problem till vilka endast svar behöver ges.

Varje korrekt svar ger 1 p. Inget svar, ofullständigt eller fel svar ger 0 poäng.

1. Lös ekvationen $|x + 2| = 1$.
2. Ange definitionsmängden för $\frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$.
3. Beräkna $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1}$.
4. Beräkna $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{|x + 1|}$.
5. Beräkna $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 1}{3x + 2}$.
6. Beräkna $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{(x^3 + 1)^{\frac{1}{3}}}$.
7. Beräkna $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin |x|}{|x|}$.
8. $f(x) = \frac{1}{x^4}$. Beräkna $f'(x)$.
9. $f(x) = (1 + \sin x)^{\frac{1}{2}}$. Beräkna $f'(x)$.
10. $f(x) = \cos^2 x$. Beräkna $f'(x)$.
11. $xy + y^2 = 1$. Beräkna y' uttryckt i x och y .

12. Ange värdet av $\ln e^2$.
13. $f(x) = \ln \frac{1}{x}$. Beräkna $f'(x)$.
14. Beräkna $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \ln x$.
15. Beräkna $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{1000}}{e^x}$.
16. Vad är värdet av $\sin^{-1}(1)$?
17. Vad är värdet av $\cos(\cos^{-1}(\frac{1}{2}))$?
18. $f(x) = \tan^{-1}(x^2)$. Beräkna $f'(x)$.
19. $f(x) = \sin^{-1} \sqrt{x}$. Beräkna $f'(x)$.
20. Funktionen $f(x) = e^{-x}$. Beräkna och förenkla så långt som möjligt $f(\ln a)$.

8 problem till vilka fullständiga lösningar ska redovisas.

Varje korrekt behandlat problem ger 10 poäng.

1. Bestäm ekvationen för den räta linje som tangerar kurvan $y = x^{\frac{1}{3}}$ i $x = 8$.
2. Skissera kurvan $y = |x + 2|$. I vilka punkter är kurvan ej differentierbar? Motivera.
3. Lös olikheten

$$\frac{1}{x-1} < \frac{1}{x+1}.$$

Lösningssmängden ska anges som ett eller flera intervall.

4. Bestäm konstanten a så att funktionen

$$f(x) = \begin{cases} \cos 2x, & x \leq 0 \\ x + a, & x > 0 \end{cases}$$

blir kontinuerlig i $x = 0$. Motivera noggrant.

5. Bestäm ekvationen för alla räta linjer som går genom $(3, 5)$ och som tangerar kurvan $y = x^2$.
6. Låt y definieras som en funktion $y = f(x)$ genom sambandet

$$x = \frac{1}{2}\left(y - \frac{1}{y}\right), y > 0.$$

Bestäm explicit funktionen $f(x)$ och ange dess definitionsmängd.

7. Visa att funktionen

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x < 0 \\ x + 1, & x > 0 \end{cases}$$

är 1-1. Bestäm inversen $f^{-1}(x)$ och ange dess definitionsmängd.

8. Beräkna $f''(0)$ av funktionen

$$f(x) = \begin{cases} x^3 \ln |x|, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

Ledning: $f''(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x) - f'(0)}{x}.$