Uppsala Universitet
Matematiska Institutionen
T Erlandsson, P. Leitz, R. Strand

TENTAMEN 2003-03-17
Linjär algebra MN1
VT 2003

SVAR OCH ANVISNINGAR

1. För alla h
2. $h = 1$
3. $\begin{bmatrix} -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$
4. $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$
5. $h \neq 1$
6. T ex $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$
7. $c = -1$
8. 3
9. 0
10. 1
11. $k \neq 1$
12. T ex $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -4 \end{bmatrix}$
13. T ex $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
14. $\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \\ 6 \end{bmatrix}$
15. $2/3$
16. 1

17. För alla h

18. $\begin{bmatrix} 1/\sqrt{5} \\ -2/\sqrt{5} \end{bmatrix}$

19. $\sqrt{\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}}$

20. $2y_1^2 - y_2^2 - y_3^2$

1. Avbildningens matris är $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Värderummet är Col A och nollrummet är Nul A. En bas för Col$A$ är t ex $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \right\}$ och en bas för Nul A är t ex $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$.

2. Eftersom $< p_0, p_1 >= 0$ ges den ortogonala projektionen $\hat{p}_2$ av $\dfrac{< p_2, p_0 >}{< p_0, p_0 >} p_0 + \dfrac{< p_2, p_1 >}{< p_1, p_1 >} p_1 = \dfrac{2}{3}$. Avståndet är $||p_2 - \hat{p}_2|| = \sqrt{< t^2 - 2/3, t^2 - 2/3 >} = \sqrt{2/3}$.

3. A är ortogonalt diagonaliserbar för alla h eftersom A är symmetrisk. Egenvärdena är $\lambda_1 = 3h$ och $\lambda_2 = \lambda_3 = 0$. För alla h kan man välja

$$P = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{3} & 0 & -2/\sqrt{6} \end{bmatrix}, \qquad D = \begin{bmatrix} 3h & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

4. Kvadratiska formens matris är $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$. Egenvärdena är 2, 3 och 1. Ellipsoidens ekvation blir i ett nytt ON-system $2y_1^2 + 3y_2^2 + y_3^2 = 1$ och halva principalaxlarna har därför längden $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$, $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$, 1. Ellipsoidens volym blir $\dfrac{4\pi}{3\sqrt{6}}$.

1. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1/d & 1 \end{bmatrix}$

2. $\sigma_1 = \sqrt{a^2 + b^2}$, $\sigma_2 = 0$