Uppsala Universitet
Matematiska Institutionen
T Erlandsson, P. Leitz, R. Strand

TENTAMEN 2003-06-12
Linjär algebra MN1
VT 2003

SVAR OCH ANVISNINGAR

1. $h = 2$
2. $h \neq 1$
3. $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
4. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
5. $h = -1$
6. T ex $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
7. $c = 0$
8. 3
9. 2
10. T ex $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$
11. För inga värden på k
12. Egenvärdena är 1 och -1
13. T ex $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$
14. $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$
15. En ortogonal bas är $1, t$

16. 1/3

17. Enda egenvärdet är 0

18. Enda egenvärdet är 1

19. $a \neq 0$ (Ekvationen har ingen geometrisk betydelse för $a = 0$)

20. $9y_1^2 + 9y_2^2 - 3y_3^2$

1. Avbildningens matris är $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Värderummet är Col A och nollrummet är Nul A. En bas för Col$A$ är t ex $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ och en bas för Nul A är t ex $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$.

   Det ortogonala komplementet till nollrummet är radrummet som spänns av $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.

2. Eftersom $< p_1, p_2 >= 0$ ges den ortogonala projektionen $\hat{p}_0$ av

   $\dfrac{< p_0, p_1 >}{< p_1, p_1 >} p_1 + \dfrac{< p_0, p_2 >}{< p_2, p_2 >} p_2 = \dfrac{5}{3} t^2$. Avståndet är $||p_0 - \hat{p}_0|| = \sqrt{< 1 - 5/3t^2, 1 - 5/3t^2 >} = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

3. Egenvärdena är $\lambda_1 = 1$ och $\lambda_2 = \lambda_3 = -1$. Linjens riktning och en ortogonal bas för planet ortogonalt mot linjen ger efter normering t ex

$$P = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{3} & 0 & -2/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{6} \end{bmatrix}, \qquad D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

4. Låt egenrummen vara $E(\lambda_1) = \text{Span}\{v_1\}$, $E(\lambda_2) = \text{Span}\{v_2, v_3\}$, där v_1, v_2, v_3 är en bas då egenvärdena är olika. På samma sätt är en egenvektor v_4 hörande till λ_3 ej linjärt beroende av v_1, v_2, v_3 då egenvärdena är olika. Alltså finns en bas av egenvektorer för A och matrisen är diagonaliserbar.

1. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/d & 1 \end{bmatrix}$

2. $\sigma = \sqrt{a^2 + b^2}$