Uppsala Universitet
Matematiska Institutionen
T Erlandsson, E. Darpö, A. Neuman
D. Preve

ÖVNINGSTENTAMEN 1
Linjär algebra MN1
VT 2002

SVAR OCH ANVISNINGAR

1. $h = 0$
2. Alla h
3. $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
4. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
5. $a = b = 1$
6. En bas är t ex $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$
7. 4
8. En bas är t ex $\left\{ \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 8 \end{bmatrix} \right\}$
9. 4
10. 1
11. $h = 0$
12. $h = 0$
13. $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$
14. $\begin{bmatrix} 2/3 \\ -2/3 \\ 4/3 \end{bmatrix}$
15. 1
16. t och t^2 och alla linjärkombinationer av t och t^2 är ortogonala mot $1 - t^2$

17. Komplettera med t ex $\mathbf{v_3} = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ -1 \end{bmatrix}$

18. $P = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

19. $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

20. T ex $P = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

1. rank $A = 2$, en bas för Col A är tex $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ och en bas för Nul A är t ex $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$.

2. Beräkning ger $A\mathbf{v_1} = 3\mathbf{v_1}$, $A\mathbf{v_2} = 0\mathbf{v_2}$, $A\mathbf{v_1} = 0\mathbf{v_3}$. A har alltså ett egenvärde $\lambda = 3$ av multiplicitet 1 och ett egenvärde $\lambda = 0$ av multiplicitet 2. $\mathbf{v_2}$ och $\mathbf{v_3}$ är inte ortogonala. En vektor i egenrummet $E(0)$ som är ortogonal mot t ex $\mathbf{v_2}$ kan man få genom vektorprodukten $\mathbf{v_1} \times \mathbf{v_2} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$. $P = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & -\frac{2}{\sqrt{6}} \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Inversen $P^{-1} = P^T$.

3. Relationen $c_1 1 + c_2 2t + c_3(-2 + 4t^2) = 0$ ger direkt att $c_1 = c_2 = c_3 = 0$ eftersom $1, t, t^2$ är en bas så Hermitepolynomen är linjärt oberoende och alltså en bas eftersom dim $\mathbf{P}_2 = 3$. Koordinaterna för $\mathbf{p} = 1 - 4t + 8t^2$ med avseende på $\mathcal{B}$ uppfyller $c_1 1 + c_2 2t + c_3(-2 + 4t^2) = 1 - 4t + 8t^2$ som ger $c_1 = 5, c_2 = -2, c_3 = 2$ så $[\mathbf{p}]_{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

4. Egenvärdena till den kvadratiska formens matris $\begin{bmatrix} a & 5 \\ 5 & a \end{bmatrix}$ är $\lambda = a \pm 5$ så grafen är en ellips då $a > 5$. Principalaxlarna är egenvektorerna till matrisen, dvs t ex $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$.

1. $5 \pm 3i$. $\begin{bmatrix} \pm i \\ 1 \end{bmatrix}$. 2. $U = \dfrac{1}{\sqrt{5}} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$, $V = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$, $\Sigma = \begin{bmatrix} \sqrt{10} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$.