

Deltentamen består av 20 FRÅGOR (max 1 poäng per fråga) till vilka endast svar ska ges och 4 PROBLEM (max 5 poäng per problem) till vilka fordras fullständiga lösningar.

För godkänt krävs 18 poäng

**Skrivtid:** 8.00-13.00 **Tillåtna hjälpmedel:** Skrivdon.

### FRÅGOR

1. Vad är lösningarna till ekvationen  $|1 + x| = 1$ ?

2. Vad är det exakta värdet av  $\cos \frac{3}{2}\pi$ ?

3. Vad är det exakta värdet av  $\ln e^{\pi/6}$ ?

4. Vad är  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ ?

5. Vad är  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x - 1}{|x - 1|}$ ?

6. Vad är  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + \sin x}{2x^2 + \cos x}$ ?

7. Vad är  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x + 1}$ ?

8.  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|}, & x < 0 \\ 0, & x = 0. \end{cases}$  Vad är  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ ?

9.  $f(x) = \frac{1}{\sin x}$ . Vad är  $f'(x)$ ?

10.  $f(x) = \sin^{-1} x$ . Vad är  $f'(x)$ ?

11.  $f(x) = \sin \frac{1}{x}$ . Vad är  $f'(x)$ ?

12.  $f(x) = \tan^{-1} \sqrt{x}$ . Vad är  $f'(x)$ ?

13.  $f(x) = (1 + \ln x)^{\frac{1}{2}}$ . Vad är  $f'(x)$ ?

V.G.V!

14. Vad är  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \ln x$ ?
15. Vad är  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{e^{10}} + 1}{e^x + 1}$ ?
16. Vad är  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \ln x}{x + 1}$ ?
17. Vad är definitionsmängden för  $\frac{1}{\sqrt{x-1}}$ ?
18. Vad är definitionsmängden för  $\ln(\ln x)$ ?
19. Vad är definitionsmängden för  $\sin^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$ ?
20.  $f(x) = x - 1$ . Vad är inversen  $f^{-1}(x)$ ?

### PROBLEM

1. Bestäm skärningspunkten mellan  $y$ -axeln och den räta linje som tangerar kurvan  $y = \frac{1}{x}$  i  $x = 2$ .
2. Skissera grafen av funktionen

$$f(x) = \begin{cases} x + 1, & x \leq 0 \\ -x, & 0 < x < 1 \\ x - 2, & x \geq 1 \end{cases}$$

och bestäm alla lokala extrempunkter. Motivera noggrant.

3. Bestäm ekvationen för alla räta linjer som går genom  $(\frac{1}{2}, 0)$  och som tangerar kurvan  $y = \sqrt{x^2 - 1}$ .
4. Skissera grafen av funktionen

$$f(x) = \begin{cases} 1 + x, & x < 0 \\ 1 + \frac{1}{1+x}, & x \geq 0 \end{cases}$$

och motivera varför funktionen är ett-till-ett. Bestäm inversen  $f^{-1}(x)$  och skissera också dess graf.