

Deltentamen består av 20 FRÅGOR (max 1 poäng per fråga) till vilka endast svar ska ges och 4 PROBLEM (max 5 poäng per problem) till vilka fordras fullständiga lösningar.

För godkänt krävs 18 poäng

Skrivtid: 8.00-13.00 **Tillåtna hjälpmedel:** Skrivdon.

FRÅGOR

1. Vad är lösningarna till ekvationen $|x - 4| = 5$?
2. Vad är det exakta värdet av $\cos \frac{5}{2}\pi$?
3. Vad är det exakta värdet av $\ln \sqrt{e}$?
4. Vad är $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x + 2}$?
5. Vad är $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x - 1}{|1 - x|}$?
6. Vad är $\lim_{x \rightarrow \infty} \tan^{-1} \sqrt{x}$?
7. Vad är $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{1 - x}$?
8. $f(x) = \begin{cases} 1, & x \neq 0 \\ 10, & x = 0. \end{cases}$ Vad är $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$?
9. $f(x) = \frac{1}{\cos x}$. Vad är $f'(x)$?
10. $f(x) = \sin^{-1} \sqrt{x}$. Vad är $f'(x)$?
11. $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$. Vad är $f'(x)$?
12. $f(x) = \tan^{-1}(x^2)$. Vad är $f'(x)$?
13. $f(x) = \ln(3x)$. Vad är $f'(x)$?

V.G.V!

14. Vad är $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \ln |x|$?
15. Vad är $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{10^{40000}} e^{-x}$?
16. Vad är $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x^2}{x}$?
17. Vad är definitionsmängden för $\frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$?
18. Vad är definitionsmängden för $\sqrt{\ln x}$?
19. Vad är värdemängden för $\sin^{-1} x$?
20. $f(x) = \frac{1}{x}$. Vad är inversen $f^{-1}(x)$?

PROBLEM

1. Bestäm skärningspunkten mellan y -axeln och den räta linje som tangerar kurvan $y = e^{-x}$ i $(1, e^{-1})$.
2. Skissera grafen av funktionen

$$f(x) = \begin{cases} 4 - (x - 2)^2, & 0 \leq x \leq 2, \\ x, & 2 < x \leq 5, \\ 10 - x, & 5 < x \leq 10. \end{cases}$$

och bestäm alla lokala extremvärden. Ange också funktionens absoluta maximum och minimum. Motivera noggrant.

3. Skissera grafen av funktionen

$$1 + \frac{1}{1 + x^2}, \quad 0 \leq x < \infty$$

och motivera varför funktionen är ett-till-ett på den angivna definitionsmängden. Bestäm inversen $f^{-1}(x)$ samt dess definitionsmängd. Skissera också inversens graf.

4. Skissera de båda kurvorna $y = 1 + (x - 1)^2$ och $y = -1 - (x + 1)^2$ och bestäm antalet räta linjer som är tangenter till båda kurvorna. Bestäm koordinaterna för tangeringspunkterna och skissera slutligen tangenterna i figuren över kurvorna.