Uppsala Universitet
Matematiska Institutionen
T Erlandsson, H Avelin, K Sigstam

DELTENTAMEN
ANALYS MN1
2001-10-15

Deltentamen består av 20 FRÅGOR (max 1 poäng per fråga) till vilka endast svar ska ges och 4 PROBLEM (max 5 poäng per problem) till vilka fordras fullständiga lösningar.
För godkänt krävs 18 poäng
Skrivtid: 8.00-13.00 **Tillåtna hjälpmedel:** Skrivdon.

FRÅGOR

1. Vad är lösningarna till ekvationen $|x-4| = 5$?
2. Vad är det exakta värdet av $\cos \frac{5}{2}\pi$?
3. Vad är det exakta värdet av $\ln \sqrt{e}$?
4. Vad är $\lim_{x \to -2} \frac{x^2-4}{x+2}$?
5. Vad är $\lim_{x \to 1+} \frac{x-1}{|1-x|}$?
6. Vad är $\lim_{x \to \infty} \tan^{-1} \sqrt{x}$?
7. Vad är $\lim_{x \to \infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{1-x}$?
8. $f(x) = \begin{cases} 1, & x \neq 0 \\ 10, & x = 0. \end{cases}$ Vad är $\lim_{x \to 0} f(x)$?
9. $f(x) = \frac{1}{\cos x}$. Vad är $f'(x)$?
10. $f(x) = \sin^{-1} \sqrt{x}$. Vad är $f'(x)$?
11. $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$. Vad är $f'(x)$?
12. $f(x) = \tan^{-1}(x^2)$. Vad är $f'(x)$?
13. $f(x) = \ln(3x)$. Vad är $f'(x)$?

V.G.V!

14. Vad är $\lim_{x\to 0} x^2 \ln|x|$?

15. Vad är $\lim_{x\to\infty} x^{10^{40000}} e^{-x}$?

16. Vad är $\lim_{x\to\infty} \dfrac{\ln x^2}{x}$?

17. Vad är definitionsmängden för $\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$?

18. Vad är definitionsmängden för $\sqrt{\ln x}$?

19. Vad är värdemängden för $\sin^{-1} x$?

20. $f(x) = \dfrac{1}{x}$. Vad är inversen $f^{-1}(x)$?

PROBLEM

1. Bestäm skärningspunkten mellan $y-$axeln och den räta linje som tangerar kurvan $y = e^{-x}$ i $(1,\, e^{-1})$.

2. Skissera grafen av funktionen

$$f(x) = \begin{cases} 4-(x-2)^2, & 0 \le x \le 2, \\ x, & 2 < x \le 5, \\ 10-x, & 5 < x \le 10. \end{cases}$$

   och bestäm alla lokala extremvärden. Ange också funktionens absoluta maximum och minimum. Motivera noggrant.

3. Skissera grafen av funktionen

$$1 + \frac{1}{1+x^2},\ 0 \le x < \infty$$

   och motivera varför funktionen är ett-till-ett på den angivna definitionsmängden. Bestäm inversen $f^{-1}(x)$ samt dess definitionsmängd. Skissera också inversens graf.

4. Skissera de båda kurvorna $y = 1+(x-1)^2$ och $y = -1-(x+1)^2$ och bestäm antalet räta linjer som är tangenter till båda kurvorna. Bestäm kooordinaterna för tangeringspunkterna och skissera slutligen tangenterna i figuren över kurvorna.