Uppsala Universitet
Matematiska Institutionen
T Erlandsson, H Avelin, A Pelander,
K Sigstam

DELTENTAMEN
ANALYS MN1
2002-10-14

Deltentamen består av 20 FRÅGOR (max 1 poäng per fråga) till vilka endast svar ska ges och 4 PROBLEM (max 5 poäng per problem) till vilka fordras fullständiga lösningar.
För godkänt krävs 18 poäng
Skrivtid: 9.00-14.00 **Tillåtna hjälpmedel:** Skrivdon.

FRÅGOR

1. För vilka värden på x gäller $|x-2| > 2$?
2. Vad är det exakta värdet av $\sin \dfrac{35\pi}{2}$?
3. Vad är det exakta värdet av $\ln \dfrac{1}{\sqrt{e}}$?
4. Vad är $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2+\sin x}{x^2+\cos x}$?
5. Vad är $\lim\limits_{x\to\infty} \tan^{-1}(x^2)$?
6. Vad är $\lim\limits_{x\to\infty} (\sqrt{x^2+1}-x)$?
7. Vad är $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3-1}{x-1}$?
8. Funktionen $f(x)$ är deriverbar på $\mathbf{R}$ och $f(0)=0$. Vad är $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x)}{x}$?
9. $f(x) = \dfrac{1}{\sin x}$. Vad är $f'(x)$?
10. $f(x) = \sin^{-1}(x^2)$. Vad är $f'(x)$?
11. $f(x) = \tan^{-1}\sqrt{x}$. Vad är $f'(x)$?
12. $f(x) = \ln(\sin x)$. Vad är $f'(x)$?
13. $f(x) = x\ln|x|, x \neq 0$. Vad är $f'(x)$?

V.G.V!

14. Vad är $\lim_{x\to 0+} \ln x$?

15. Vad är $\lim_{x\to\infty} \frac{1}{x^2} e^{\sin x}$?

16. Vad är $\lim_{x\to 0} \frac{1}{x^2} e^{-1/x^2}$?

17. Vad är definitionsmängden för $\sin^{-1}(2x)$?

18. Vad är värdemängden för $\sin^{-1}(2x)$?

19. Vad är $\sin^{-1}(\sin \frac{3\pi}{2})$?

20. $f(x) = e^{x/2}$. Vad är inversen $f^{-1}(x)$?

PROBLEM

1. En rät linje genom origo tangerar kurvan $y = \ln x$. Bestäm koordinaterna för tangeringspunkten.

2. Bestäm alla lokala extremvärden av funktionen

$$f(x) = \begin{cases} x \ln x, & 0 < x < 1, \\ -1 + \frac{1}{x}, & x \geq 1 \end{cases}$$

och skissera grafen. Avgör också om funktionen har absoluta extremvärden och ange dem i förekommande fall. Motivera noggrant.

3. Skissera grafen av funktionen

$$f(x) = \begin{cases} e^x - 1, & -\infty < x \leq \ln 2, \\ e^{-x} + 1, & x > \ln 2 \end{cases}$$

och motivera varför funktionen är ett-till-ett på den angivna definitionsmängden. Bestäm inversen $f^{-1}(x)$ samt dess definitionsmängd. Skissera också inversens graf.

4. Låt

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

Beräkna $f'(0)$.