Uppsala Universitet
Matematiska Institutionen
T Erlandsson

DELTENTAMEN
ANALYS MN1
2003-10-13

Deltentamen består av 15 FRÅGOR (max 1 poäng per fråga) till vilka endast svar ska ges och 2 PROBLEM (max 5 poäng per problem) till vilka fordras fullständiga lösningar.
För godkänt krävs 18 poäng. Eventuella poäng på mini-duggorna tillgodoräknas deltentamen.
Skrivtid: 8.00-13.00 **Tillåtna hjälpmedel:** Skrivdon.

FRÅGOR

1. Vad är $\lim_{x\to\infty} \dfrac{2x^2+3x+2}{x^2+x+1}$?
2. Vad är $\lim_{t\to 0} \dfrac{\sqrt{t^2+1}-1}{t}$?
3. Vad är $\lim_{x\to 2} \dfrac{x^3-8}{x-2}$?
4. $f(x) = \ln(\sin^2 x)$. Vad är $f'(x)$?
5. $f(x) = \tan^{-1}(x^2)$. Vad är $f'(x)$?
6. $f(x) = \dfrac{1}{\ln|x|}$. Vad är $f'(x)$?
7. Vad är $\lim_{t\to 0+} \dfrac{e^{-1/t}}{t}$?
8. Vad är $\lim_{x\to 0} x\ln x^2$?
9. Vad är $\lim_{x\to 0+} x(\ln x)^2$?
10. Vad är definitionsmängden för $\ln(1+\ln x)$?
11. Vad är värdemängden för $\tan^{-1}(x^2)$?
12. $f(x) = 1-x^2, 0 \le x \le 1$. Vad är inversen $f^{-1}(x)$?
13. $f(x) = \ln\dfrac{1}{x}$. Vad är inversen $f^{-1}(x)$?
14. En rät linje genom origo tangerar kurvan $y = e^x$. Vad är tangeringspunktens koordinater?
15. $f(x) = e^{-1/x^2}$ då $x \neq 0$, $f(0) = 0$. Vilken rät linje är tangent till kurvan $y = f(x)$ i origo?

V.G.V!

PROBLEM

1.

$$f(x) = \begin{cases} 1 - e^x, & x \leq 0 \\ xe^{-\frac{1}{3}x}, & x > 0 \end{cases}$$

Bevisa att funktionen har ett största och ett minsta värde och bestäm dessa.

2.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \ln|x|, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

Bevisa att funktionen har horisontell tangent i origo. Skissera kurvan och bestäm särskilt alla lokala extrempunkter. Motivera noggrant.