Uppsala Universitet
Matematiska Institutionen
T Erlandsson

DELTENTAMEN 2003-10-13
Analys MN1

SVAR OCH ANVISNINGAR

1. 2
2. 0
3. 12
4. $\dfrac{2\cos x}{\sin x}$
5. $\dfrac{2x}{1+x^4}$
6. $-\dfrac{1}{\ln^2|x|}\cdot\dfrac{1}{x}$
7. 0
8. 0
9. 0
10. $x > \dfrac{1}{e}$
11. $0 \le x < \dfrac{\pi}{2}$
12. $\sqrt{1-x}$
13. $y = e^{-x}$
14. $(1, e)$
15. x-axeln

1. Då definitionsmängden är öppen sökes absoluta extrempunkterna bland de kritiska och singulära punkterna.

$$f'(x) = \begin{cases} -e^x, & x < 0 \\ e^{-\frac{1}{3}x}(1 + x \cdot (-\frac{1}{3})), & x > 0 \end{cases}$$

Funktionens minsta värde är 0 eftersom $f(0) = 0$ och $f(x) > 0, x \neq 0$. Vidare är $f'(x) = e^{-\frac{1}{3}x}(1 + x \cdot (-\frac{1}{3})) = 0$ omm $x = 3$. Detta är enda kritiska punkten. Då f är kontinuerlig och $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 1$, $\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$ så är $f(3) = \frac{3}{e} > 1$ absolut maximum (Adam's Gift).

2. $f'(0) = \lim_{x\to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{x^2 \ln|x|}{x} = \lim_{x\to 0} x \ln|x| = 0$, dvs funktionen har horisontell tangent i origo. Eftersom $f(x) < 0$ i en omgivning av origo är origo en lokal maximipunkt. Det är inte ett största värde ty funktionen antar positiva värden för stora x. $f'(x) = 2x \ln|x| + x^2 \cdot \frac{1}{x} = x(2\ln|x| + 1) = x(\ln x^2 + 1)$. $f'(x) = 0, x \neq 0$ omm $x = \pm\frac{1}{\sqrt{e}}$. Eftersom $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = +\infty$ är dessa punkter absoluta minimipunkter (Adam's Gift).