④ 26/2-13 Föreläsning 11

$$\hat{p}_1 = \frac{52}{500} = 0{,}104 \quad \hat{p}_2 = \frac{87}{750} = 0.116$$

$$V(\hat{p}_1) = V\left(\frac{X_1}{500}\right) = \frac{p\cdot(1-p)\cdot 500}{500^2} = \frac{p(1-p)}{500} \qquad V(\hat{p}_2) = \frac{p(1-p)}{750}$$

$$V\left(\frac{1}{2}(\hat{p}_1 + \hat{p}_2)\right) = \frac{1}{4}p(1-p)\left(\frac{1}{500} + \frac{1}{750}\right) = \frac{p(1-p)}{1200}$$

$$V\left(\frac{500\hat{p}_1 + 750\hat{p}_2}{1250}\right) = \frac{1}{1250^2}\left(500^2 V(\hat{p}_1) + 750^2 V(\hat{p}_2)\right)$$

$$= \frac{1250\, p(1-p)}{1250^2} = \frac{p(1-p)}{1250}$$

Så vi väljer skattningen

$$\frac{500\hat{p}_1 + 750\hat{p}_2}{1250} = \frac{52+87}{1250} = 0.1112$$

Vi har $x = 38.37$ $y - 37,46$ $n_x = 6$

$s_x^2 = 76.63$ $s_y^2 = 90,33$ $n_y = 7$

$$s_p^2 = \frac{5s_x^2 + 6s_y^2}{5+6} = \frac{925.13}{11} \approx 84.1$$

Ta $\alpha = 0.05$. $n_x + n_y - 2 = 11$

$t_{0.025}^{(11)} = 2.20$ enl. tabell.

Ett 95% konf. int. för $\mu_x - \mu_y$ ges av

$$I_{\mu_x - \mu_y} = 38.37 - 37.96 \pm 2.20 \cdot \sqrt{84.1} \cdot \sqrt{\tfrac{1}{6} + \tfrac{1}{7}}$$

$$\approx (-10.8,\ 11.6)$$

0 finns i intervallet, så vi har inga statistiska belägg för att det finns någon skillnad mellan materialen.

"Ej signifikant".

15

Stång	1	2	3	4	5
x_i = Före	370	360	380	395	375
y_i = Efter	400	396	412	420	410
$z_i = y_i - x_i$	30	36	32	25	35

Om $X_i \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ och $Y_i \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ så är $Z_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ för några värden på μ och σ^2,

μ = väntevärdet för skillnaden!

$$I_\mu = \bar{z} \pm t_{\alpha/2}^{(n-1)} \cdot \frac{s_z}{\sqrt{n}}$$

Ta $\alpha = 0.01$. $t_{0.005}^{(4)} = 4.60$. $\bar{z} = 31.6$, $s_z = 4.39$, $n = 5$

$$\Rightarrow I_\mu = 31.6 \pm 4.60 \cdot \frac{4.39}{\sqrt{5}} \approx (22.6,\ 40.6)$$

Statistiskt säkerställd skillnad!

(11) För solcellskomponenterna är

$n_1 = n_2 = 400$

$X_1 = 20 \qquad X_2 = 12$

$\hat{p}_1 = \frac{20}{400} = 0{,}05 \qquad \hat{p}_2 = 0{,}03$

Tumregler:

$\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)n_1 = 0{,}05 \cdot 0{,}95 \cdot 400 = 19 > 10$ ok!

$\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)n_2 = 0{,}03 \cdot 0{,}97 \cdot 400 = 11{,}64 > 10$ ok!

Konf. int. blir, med konf. grad. 0,95,

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \pm \lambda_{0.025}\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}$$

$$0{,}02 \pm 1{,}96 \underbrace{\sqrt{\frac{0{,}05 \cdot 0{,}95}{400} + \frac{0{,}03 \cdot 0{,}97}{400}}}_{=0{,}0138\ldots} \approx (-0{,}007, 0{,}047).$$

Eftersom 0 finns i konfidensintervallet så kan vi inte utesluta att $p_1 = p_2$, dvs att det inte finns någon skillnad!