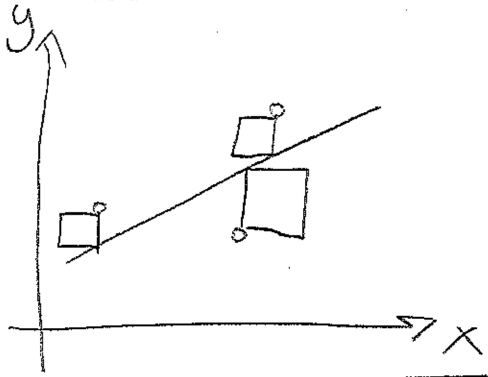
28/2-13 · Statistik för ingenjörer · Föreläsning 12

(9) $y=ae^{bx}$. Ta logaritmer;

$$\ln(y)=\ln(ae^{bx})=\ln(a)+\ln(e^{bx})=\underbrace{\ln(a)}_{m}+\underbrace{b}_{k}x$$

Många samband kan "översättas" till linjära!

(12)



Kvadraternas area minimeras!

(14) Tryck i bensintank

Data:

i	1	2	...	32
x_i	3,42	3,26	...	2,59
y_i	29	24	...	22

Vi får $\bar{x}=4.32375$, $\bar{y}=31.125$

$$S_{xx}=\sum_{i=1}^{32}(x_i-\bar{x})^2=60.04255$$

$$S_{yy}=\sum_{i=1}^{32}(y_i-\bar{y})^2=2721.5$$

$$S_{xy}=\sum_{i=1}^{32}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=372.435$$

så

$$\hat{k}=\frac{S_{xy}}{S_{xx}}=\frac{372,435}{60,04255}\approx 6,2$$

$$\hat{m}=\bar{y}-\hat{k}\bar{x}=31,125-\frac{372,435}{60.04255}\cdot 4,32375\approx 4,3$$

(17) forts. $\hat{\sigma}^2 = s^2 = \frac{1}{n-2}\left(S_{yy} - \frac{S_{xy}^2}{S_{xx}}\right) = \frac{1}{30}\left(2721.5 - \frac{372.435^2}{60.04255}\right)$

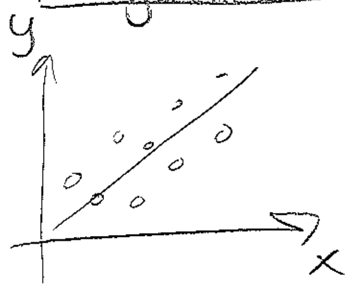
≈ 13.7

---

(16) <u>Bensintank:</u> $R^2 = r^2 = \frac{S_{xy}^2}{S_{xx} \cdot S_{yy}} \approx 0.849.$

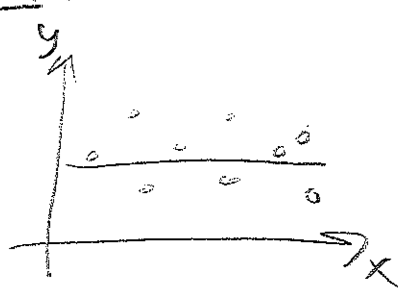
Tumregel: $R^2 > 0.7$ tyder på bra beskrivning.

<u>Några exempel:</u>



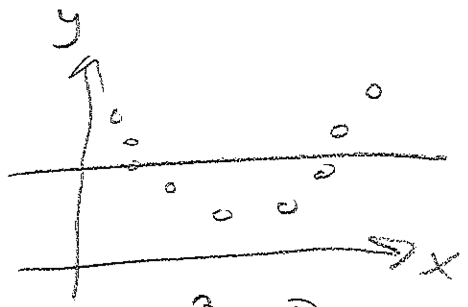
$R^2 \approx 0.8$

bra beskrivning



$R^2 \approx 0$

inget samband mellan x och y



$R^2 \approx 0$

icke-linjärt samband mellan x och y

---

(18) <u>Bensintank:</u> Vi har $\hat{k} = 6.2$, $s^2 = 13.7$, $S_{xx} = 60.04\ldots$, $n = 32$.

Tag $\alpha = 0.05$. $t_{0.025}^{(30)} = 2.04$ enl. tab.

Vi får

$$I_k = \left(\hat{k} \pm t_{0.025}^{(30)} \cdot \frac{s}{\sqrt{S_{xx}}}\right) = \left(6.2 \pm 2.04 \cdot \frac{\sqrt{13.7}}{\sqrt{60.04\ldots}}\right) \approx (5.2, 7.2)$$

Om 0 ligger i I_k så kan vi inte utesluta att $k = 0$, så att $y = m + kx + \varepsilon = m + \varepsilon$, dvs att y inte beror på x!

(20) Bensintank: undersökt för tryck mellan 2.59 och 7.45.

Vill prediktera avdunstning för $x_0 = 8.0$

$$y_0^{(pred)} = \hat{m} + \hat{k}x_0 = 4.3 + 6.2 \cdot 8.0 = 53.9$$

Prediktionsintervall med konfidensgrad 95%:

$$I_{y_0} = y_0^{(pred)} \pm t_{\alpha/2}^{(n-2)} \cdot s\sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}}}$$

$$= 53.9 \pm \underbrace{t_{0,025}^{(30)}}_{= 2,04} \cdot \sqrt{13.7}\sqrt{1 + \frac{1}{32} + \frac{(8.0 - 4.32375)^2}{60.04255}}$$

$$\approx (45.4, 62.4)$$

När vi väger in osäkerheten i prediktionen så får vi ett ganska brett intervall!

---

(21) För att beskriva vindhastighetens beroende på höjd används ibland Hellmans modell:

$$\frac{V}{V_0} = \left(\frac{H}{H_0}\right)^a$$

V = vindhastighet vid höjd H

V_0 = — " — H_0

a är en konstant som beror på den omgivande topografin (och tid på dagen)

$a = \frac{1}{7}$ används ofta för öppna landskap

(21) Vi får
forts.

$$v = \left(\frac{H}{H_0}\right)^a v_0 \iff$$

$$\ln(v) = \ln\left(\frac{H^a}{H_0^a}\right) + \ln(v_0) \iff$$

$$\ln(v) = a\ln(H) + c$$

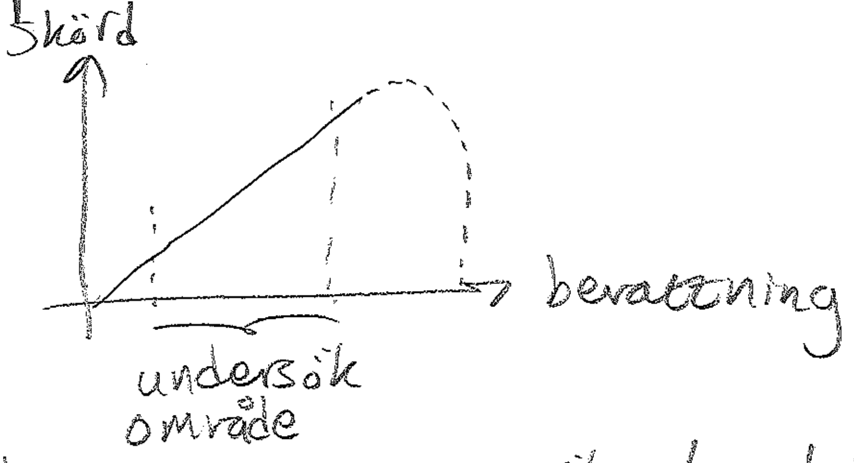
konstant beroende av v_0

Dvs på logaritmisk skala finns ett linjärt samband.

Enkel linjär regression kan användas efter att höjd och uppmätt vindhastighet har logaritmerats!

---

(23) Exempel: sädesskörd



ökad bevattning ger ökad skörd...
men sambandet gäller bara i ett begränsat område!