

Skrivtid: 8-13. För betygen 3, 4 resp. 5 krävs 18, 25 resp. 32 poäng. Minst 8 poäng måste vara från del A. Vid poängsättningen kommer en helhetsbedömning av skrivningen att göras. Lösningarna skall vara väl motiverade. Börja ny uppgift på ny sida och använd ej rödpenna. Lägg lösningarna i nummerordning. Tillåtna hjälpmedel: Räknedosa. Eget A4-blad med handskrivna anteckningar. Utdelade tabellblad.

---

**Del A (totalsumma 10 p).**

---

1. (a) För händelserna  $A$  och  $B$  gäller att  $P(A) = 0.90$ ,  $P(B) = 0.15$  och  $P(A \cup B) = 0.95$ . Beräkna  $P(B|A)$ . (1p)

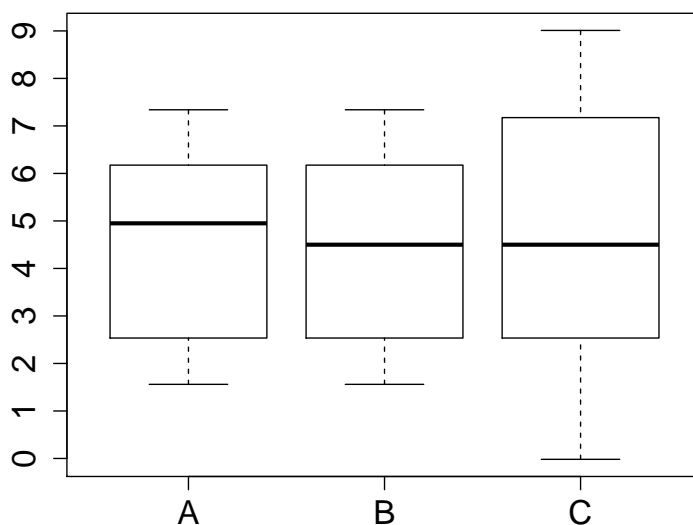
- (b) En slumpvariabel  $X$  har sannolikhetsfunktionen

$x$	0	1	2	3	4
$p(x)$	0.3	0.4	0.1	0.1	0.1

- Beräkna  $P(X \leq 2)$ . (1p)

- (c) Vilket av nedanstående lådagram hör till följande datamaterial? (1p)

1.56 2.21 2.86 4.95 5.88 6.47 7.34



- (d) En slumpvariabel  $X$  är fördelad enligt  $X \sim N(4, 3)$ . Beräkna  $P(X \leq 5)$ . (1p)

- (e) Låt  $X \sim \text{Po}(2)$ . Beräkna  $P(X \geq 2)$ . (1p)

- (f) De oberoende slumpvariablerna  $X_1, \dots, X_{1500}$  kommer från en fördelning med  $E[X] = 1$  och  $V[X] = 4$ . Ange den approximativa fördelningen för slumpvariabeln  $Y = X_1 + \dots + X_{1500}$ . (2p)

- (g) För 10 observationer från  $N(\mu, \sigma^2)$  har man funnit medelvärdet  $\bar{x} = 10.1$  och stickprovsvariansen  $s^2 = 0.9$ . Beräkna ett 90% konfidensintervall för  $\mu$ . (2p)

- (h) För  $n = 8$  observationer av variabelparet  $(x, y)$  så har man fått  $\bar{x} = 9.5$ ,  $\bar{y} = 5.07$ ,  $S_{xx} = 42$ ,  $S_{yy} = 11.84$  och  $S_{xy} = 20.82$ . Man antar ett linjärt samband på formen  $y = kx + m$ . Skatta  $k$ . (1p)

---

**Del B (totalsumma 30 p).**

---

2. I en studie jämfördes värmekonduktiviteten för två kopparlegeringar genom att man mätte värmekonduktiviteten för 30 stycken prov av vardera legering (enhet:  $Wm^{-1}K^{-1}$ ). För den första legeringen fick man  $\bar{x}_1 = 401.0$  och  $s_1 = 2.4$  och för den andra legeringen fick man  $\bar{x}_2 = 398.7$  och  $s_2 = 2.7$ . Mätfelen anses vara normalfördelade och ha samma varians för båda legeringarna. Kan man utifrån detta säga att den andra legeringen i genomsnitt har en lägre värmekonduktivitet än den första? (6p)
3. I ett experimentellt laserradarsystem för bilar mäts ett antal signaler för att avgöra om det finns ett objekt (exempelvis en cyklist) framför bilen. Signalerna översätts till ett siffervärde och dessa värden summeras. Om summan av signalerna är tillräckligt stor så ska bilen automatiskt väja från objektet. Sammanlagt mäts 200 signaler i bilens körriktning. Antag att signalerna är oberoende av varandra. Om det inte finns ett objekt framför bilen så har varje signal väntevärde 2 och varians 4.
- (a) Beräkna väntevärde och varians för summan av de 200 signalerna. (2p)
- (b) Bilen väjer om summan av signalerna är större än 490. Vad är sannolikheten för väjning om det inte finns ett objekt framför bilen? (2p)
- (c) Om det finns ett objekt framför bilen så har varje signal istället väntevärde 3 och varians 4. Antag att 10 signaler på grund av ett fel inte tas emot, så att bara 190 signaler kommer in i systemet. Vad är i så fall sannolikheten att bilen *inte* väjer? (2p)
4. Entreprenadkostnaden när man bygger en lägenhet tros vara linjärt beroende av lägenhetens storlek i kvadratmeter. För att undersöka hur sambandet ser ut sammanfattade man entreprenadkostnaden från fem lägenheter:

Area $x$ ( $m^2$ )	35	45	59	72	110
Entreprenadkostnad $y$ ( $10^3$ Euro)	36.9	35.2	50.2	64.4	110.1

Detta kan summeras med följande värden:  $\bar{x} = 62.2$ ,  $\bar{y} = 59.36$ ,  $S_{xx} = 3590.8$ ,  $S_{yy} = 3772.012$ ,  $S_{xy} = 3622.14$ . Man antar att sambandet kan beskrivas med formeln  $y_i = kx_i + m + \epsilon_i$ , där  $\epsilon_i$  är oberoende normalfördelade slumpavvikelser med samma varians.

- (a) Skatta  $k$  och  $m$ . (2p)
- (b) Beräkna modellens förklaringsgrad  $R^2$ . Verkar modellen ge en bra beskrivning av hur entreprenadkostnaden beror på lägenhetens area? (2p)
- (c) Beräkna ett 95 % prediktionsintervall för entreprenadkostnaden för en  $90 m^2$  stor lägenhet. (2p)
5. En aktivistgrupp påstår att infrajud från vindkraftverk orsakar hälsoproblem i form av bland annat kraftig huvudvärk; så kallat vindturbinsyndrom. För att undersöka gruppens påstående intervjuade man 1500 slumpmässigt utvalda personer som bor nära vindkraftverk om deras hälsa. Av dessa uppgav 149 personer att de ofta led av kraftig huvudvärk.
- (a) Skatta andelen personer som bor nära vindkraftverk som ofta lider av kraftig huvudvärk. (1p)
- (b) Ange medelfelet för skattningen i (a). (2p)
- (c) Beräkna ett 95 % konfidensintervall för andelen personer som bor nära vindkraftverk som ofta lider av kraftig huvudvärk. (3p)

6. (Fortsättning på problem 5.) För att ta reda på om kraftig huvudvärk är vanligare bland personer som bor nära vindkraftverk intervjuade man dessutom 2000 slumpmässigt utvalda personer som inte bor nära vindkraftverk. Av dessa uppgav 180 att de ofta led av kraftig huvudvärk. Använd ett konfidensintervall för skillnad i andelar för att uttala dig om huruvida det är statistiskt säkerställt att en större andel av de som bor nära vindkraftverk ofta lider av kraftig huvudvärk. (6p)

**Lycka till!**