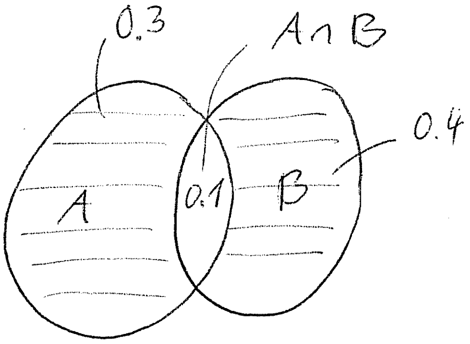
Uppgift 1:

a)

2P.



$$P = P(A \cup B) - P(A \cap B)$$
$$= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$
$$= 0.4 + 0.5 - 2 \cdot 0.1 = \underline{\underline{0.7}}$$

b)

2P.

A

	1	2	3	4	5	6	
1	2	3	4	5	6	7	
2	3	4	5	6	7	8	
3	4	5	6	7	8	9	B
4	5	6	7	8	9	10	
5	6	7	8	9	10	11	
6	7	8	9	10.	11	12	

$P(A|B) = \frac{2}{11}$ eller $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$$= \frac{2/36}{11/36} = \frac{2}{11}$$

c) $p + 3p = 1 \wedge p = 1/4$

1P. Kolmogorow

Uppgift 2

a) $P(Å|H) = \dfrac{P(Å \cap H)}{P(H)} = \dfrac{0.1}{0.4} = 1/4 = 0.25$

1P.

$P(Å) = 0.37$

$P(Å|H) \neq P(Å)$ dvs Å och H är inte oberoende.

Slh. för återfall är mindre för högutbildade.
(än den totala risken att återfalla.)

b)

$$\left.\begin{aligned} P(A) &= 0{,}2 \\ P(B) &= 0{,}2 \\ P(C) &= 0{,}6 \end{aligned}\right\} \text{ Agentur } A, B \text{ och } C$$

$P(D)$ slh. att däcken är dåliga.

$$\left.\begin{aligned} P(D|A) &= 0{,}1 \\ P(D|B) &= 0{,}05 \\ P(D|C) &= 0{,}15 \end{aligned}\right\} \text{ betingade slh.}$$

(i) Lagen om total sannolikhet.

2P.

$$P(D) = P(D|A)\cdot P(A) + P(D|B)\cdot P(B) + P(D|C)\cdot P(C)$$
$$= 0{,}1\cdot 0{,}2 + 0{,}05\cdot 0{,}2 + 0{,}15\cdot 0{,}6 = \underline{\underline{0{,}12}}$$

Slh. är 12% att en slumpmässigt vald bil har dåliga däck.

(ii) Bayes sats

2P.

$$P(B|D) = \frac{P(D|B)\cdot P(B)}{P(D)} = \frac{0{,}05\cdot 0{,}2}{0{,}12} = 0.0833 \approx 8\%$$

Slh. är 8% att bilen med de dåliga däcken kom från agentur B.

Uppgift 3 a)

a) (i) Fördelningsfunktion

1P.

k	0	1	2	3	4	5	6
$F_X(k)$	0.17	0.46	0.73	0.89	0.96	0.99	1

(ii)

1P. $E(X) = \sum_{k=0}^{6} k \cdot p_X(k) = 0 \cdot 0{,}17 + 1 \cdot 0{,}29 + 2 \cdot 0{,}27$
$+ 3 \cdot 0{,}16 + 4 \cdot 0{,}07 + 5 \cdot 0{,}03 + 6 \cdot 0{,}01$

$= 0{,}29 + 0{,}54 + 0{,}48 + 0{,}28 + 0{,}15 + 0{,}06$

$\mu = \underline{\underline{1.8}}$ fel per dag.

$V(X) = E[(X-\mu)^2] = E(X^2) - \mu^2$

$E(X^2) = 0^2 \cdot 0.17 + 1^2 \cdot 0.29 + 2^2 \cdot 0.27 + 3^2 \cdot 0.16$
$+ 4^2 \cdot 0.07 + 5^2 \cdot 0.03 + 6^2 \cdot 0.01$
$= 0.29 + 1.08 + 1.44 + 1.12 + 0.75 + 0{,}36$
$= 5.04$

$V(X) = E(X^2) - \mu^2 = 5.04 - 1{,}8^2 = \underline{\underline{1.8}}$ varians

1P. $D(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{1.8} = \underline{\underline{1.342}}$ standardavvikelse

Uppgift 3 b)

$$f_X(x) = \begin{cases} 2e^{-2x} & x > 0 \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

Fördelningsfunktion:

1P. $$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f_X(t)\,dt = \int_0^x 2e^{-2\cdot t}\,dt = -e^{-2t}\Big|_0^x$$

$$= 1 - e^{-2x}$$ $$\boxed{X \in Exp(2)}$$

1P. $$P(1 < X \leq 3) = F_X(3) - F_X(1)$$

$$= 1 - e^{-2\cdot 3} - \left[1 - e^{-2\cdot 1}\right]$$

$$= e^{-2} - e^{-6} = \underline{\underline{0.133}}$$

Uppgift 4

(i) $X \in Bin(5; 0{,}1)$ s.v. X = antalet dåliga koppar

(ii) $p_X(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

$p_X(0) = \binom{5}{0} 0{,}1^0 \cdot 0{,}9^5 = 0{,}9^5 = \underline{\underline{0{,}59}}$

(iii) $p_X(1) = \binom{5}{1} 0{,}1^1 \cdot 0{,}9^4 = \underline{\underline{0{,}328}}$

(iv) $P(X \leq 1) = p_X(0) + p_X(1) = 0{,}59 + 0{,}328 = \underline{\underline{0{,}918}}$

(v) $P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - 0{,}918 = \underline{\underline{0{,}082}}$

1 poäng för varje deluppgift.