UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Fredrik Jonsson, Uwe Menzel

MATEMATISK STATISTIK
Sannolikhet & Statistik, 5 hp
2009-05-19

Kortfattade lösningar, Uppgifter 9-12

Uppgift 9 5 poäng

4 stickprov, A–D, om sju observationer vardera, miniräknare ger medelvärde och stickprovsstandardavvikelse i vart och ett av fallen:

Lab	$\bar{x}$	s_x
A	40.26	2.75
B	42.96	0.54
C	42.88	1.86
D	42.38	0.36

Vad gäller grad av slumpmässig variation så tycks den vara minst för B och D och allra störst för A, att döma av beräknade stickprovsstandardavvikelser.

Man skulle kunna misstänka ett systematiskt fel vad gäller mätmetod A eftersom 40.26 är betydligt mindre än 42.0, men det är värt att ta i beaktande att den slumpmässiga variationen där också tycks vara stor, vilket skulle kunna förklara det låga medelvärdet i termer av slumpmässighet. Tydligare är däremot misstanken om ett systematiskt fel i samband med mätmetod B, eftersom avvikelsen i medelvärde motsvaras av en relativt liten standardavvikelse. I de övriga två fallen tycks det inte finnas några belägg för systematiskt fel.

Uppskattningar av systematiskt fel kan göras mer precisa genom att anta normalfördelade stickprov och bilda konfidensintervall för *väntevärde* = 42.0 + systematiskt fel.

Uppgift 10 5 poäng

2 stickprov, D och D2, om sju observationer vardera, miniräknare ger medelvärde och stickprovsstandardavvikelse i vart och ett av fallen:

Lab	$\bar{x}$	s_x
D	42.38	0.36
D2	41.65	0.86

Vi antar att vart och ett av stickproven är normalfördelade (med okända parametrar) och bildar konfidensintervall (konfidensgrad 95%) för respektive väntevärde:

Lab	I_μ
D	[42.05, 42.72]
D2	[40.86, 42.45]

I det första fallet skulle man kunna dra slutsatsen om ett positivt systematiskt fel, eftersom intervallet ligger helt till höger om 42. Dock bör viss försiktighet iakttas vad gäller denna slutsats eftersom intervallet är precis på gränsen till 42.0; hade istället konfidensgraden 96% valts är det mycket möjligt att intervallet överlappat det korrekta värdet.

En övrig märkbar skillnad är att det andra intervallet är cirka 1.6 enheter långt, medan det första bara är cirka 0.7. Detta förklaras av att stickprovsstandardavvikelsen är betydligt större i det andra fallet. Man skulle kunna misstänka att den slumpmässiga variationen ökar i och med att mätningarna ej utförs under samma dag (notera dock att stickprovsstandardavvikelsen enbart skattar den egentliga standardavvikelsen och detta med relativt stor osäkerhet).

Uppgift 11 5 poäng

Miniräknare ger $s \approx 1.95$ vilket ger ett konfidensintervall för standardavvikelsen σ, $I_\sigma = (k_1 s, k_2 s)$ med $k_1 = \sqrt{27/43.2}$, $k_1 = \sqrt{27/14.6}$ (via tabell för $\chi^2(27)$-kvantiler), dvs. $I_\sigma = (1.54, 2.65)$.

Uppgift 12 5 poäng

Det är naturligt att analysera detta försök som "stickprov i par" eftersom faktisk tennhalt troligen varierar mellan olika livsmedel (vilket motiverade analysmetoden att dela varje objekt i två delar). Vi beräknar differenser 75-30 och erhåller ett stickprov $x_1, \ldots x_6$:

Tid (min)	A	B	C	D	E	F
75-30	0.73	1.94	-0.81	-0.11	0.32	0.01

Vi antar att detta är $N(\Delta, \sigma)$-fördelat och tolkar Δ som den genomsnittliga skillnaden vad gäller mätmetodernas resultat och σ som ett (okänt) mått på slumpmässig variation (en sammanvägning av slumpmässig variation i respektive metod). Detta antagande kan motiveras genom att anta att varje mätvärde med den första metoden är en observation från $N(\mu+\varepsilon_1, \sigma_1)$, där μ = faktisk tennhalt i objektet i fråga, ε_1 = systematiskt fel i den första metoden, samt motsvarande antaganden för mätvärden med den andra metoden (med ε_2 och σ_2). I och med detta blir $\Delta = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$ och $\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2$. Vi intresserar oss därmed för ett 95% konfidensintervall för Δ.

Miniräknare ger $\bar{x} \approx .347$, $s_x \approx .932$ vilket ger ett konfidensintervall $I_\Delta = [-0.63, 1.33]$. Med detta har vi ingen signifikant skillnad mellan ε_1 och ε_2, dvs. vi har inget belägg för att endera metod skulle systematiskt rapportera högre tennhalt än den andra.