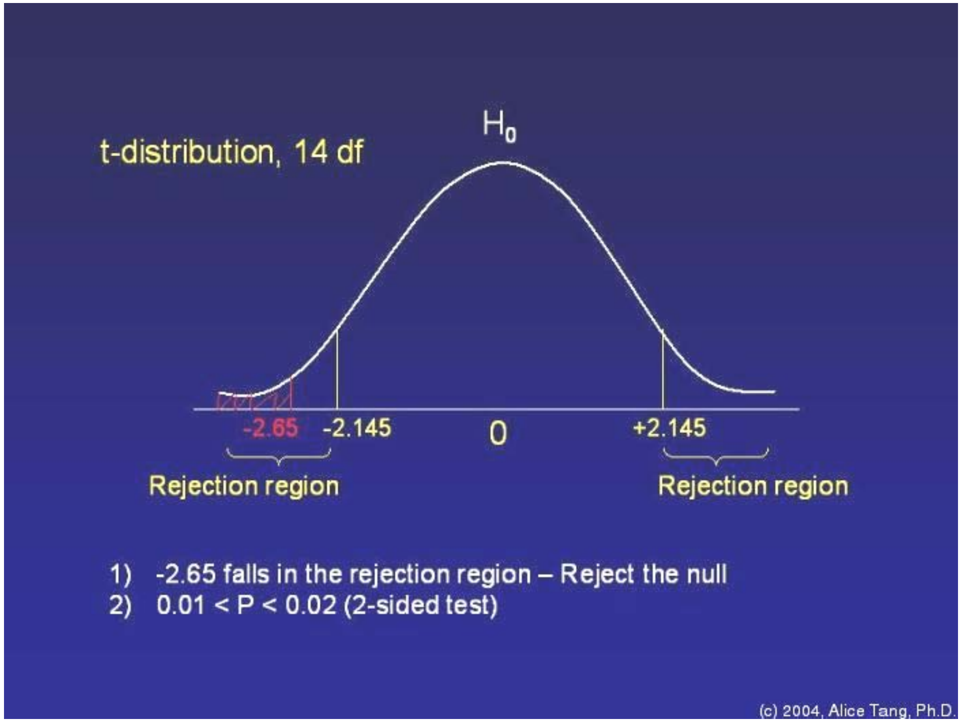
Lektion

T-Test



uwe.menzel@math.uu.se

1. Kvicksilver

- Vid kvicksilverundersökning av gäddor i en insjö har man bestämt kvicksilverhalten i 10 fångade gäddor av viss storlek: *0,8 1,6 0,9 0,8 1,2 0,4 0,7 1,0 1,2 1,1*
  - Kan man med de erhållna resultaten på signifikansnivå 0,05 förkasta H_0: $\mu=0,9$ mot H_1: $\mu > 0,9$?
  - Kan man på signifikansnivå $\alpha=0,05$ förkasta H_0: $\mu=1,1$ mot H_1: $\mu < 1,1$?

enhet: mg/kg

Blom, s. 353

2. Kroppslängder

- Man vill undersöka om två olika insektarter har samma kroppslängd. Man fångade 9 stycken av art 1 och 7 stycken av art 2, och fick följande resultat:
  - Art 1: medelvärde=22; standardavvikelse=3
  - Art 2: medelvärde=24; standardavvikelse=5
- Pröva på 5% signifikansnivå om det finns en skillnad mellan båda grupper. Det får antas att båda populationer kommer från en normalfördelning och att båda grupper har <u>samma standardavvikelse</u>.

3. Längd, morgon och kväll

Åtta personer mäter sin egen längd morgon och kväll:

Person	1	2	3	4	5	6	7	8
morgon	172	168	180	181	160	163	165	177
kväll	172	167	177	179	159	161	166	175

Skillnaderna mellan morgon- och kvällsvärdena antas vara ett slumpmässigt stickprov från en normalfördelning. Pröva hypotesen H_0: $\mu=0$ mot H_1: $\mu\neq 0$ på signifikansnivån 0.05.

Resultat

1. One-sample T-test

0,8 1,6 0,9 0,8 1,2 0,4 0,7 1,0 1,2 1,1

$$H_0 : \mu = 0.9 \quad mot \quad H_1 : \mu > 0.9$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{1}{10}\left(0.8 + 1.6 + 0.9 + 0.8 + 1.2 + 0.4 + 0.7 + 1.0 + 1.2 + 1.1\right) = 0{,}97$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum x_i^2 - n\bar{x}^2\right]$$

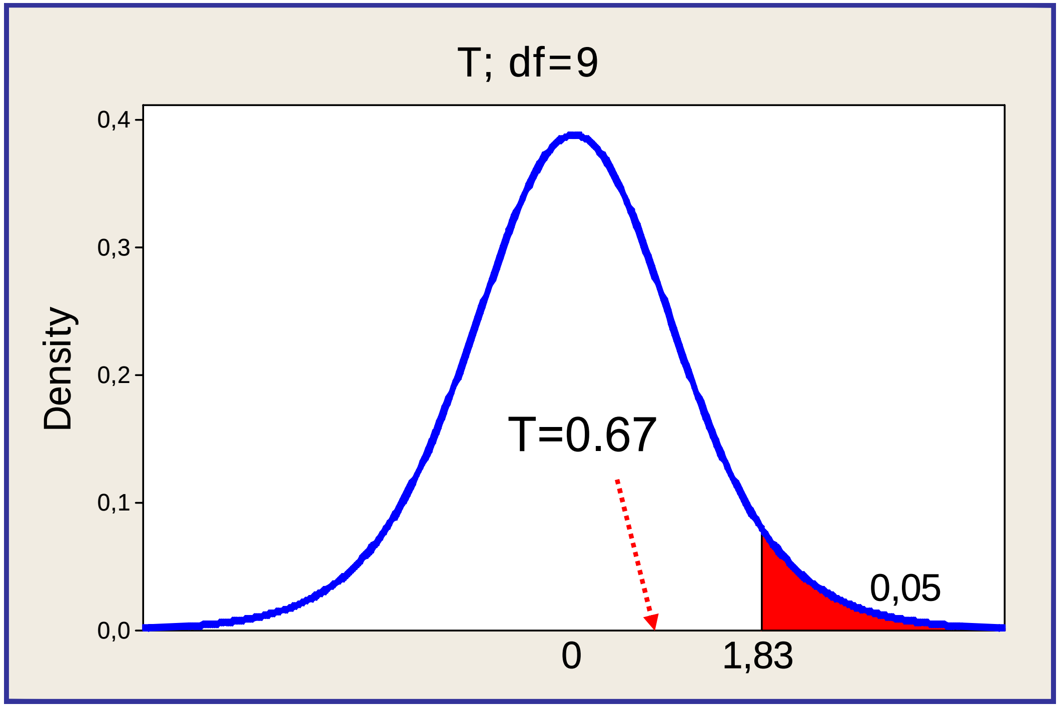
$$= \frac{1}{9}\left[0.64 + 2.56 + 0.81 + 0.64 + 1.44 + 0.16 + 0.49 + 1 + 1.44 + 1.21 - 10 \cdot 0.97^2\right] = 0.109$$

$$s = 0.33$$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{0.97 - 0.9}{0.33/\sqrt{10}} = 0.671 \qquad testvariabel, \quad f = n - 1 = 9$$

$$\Omega_{krit} = \left\{t > t_\alpha(f)\right\} = \left\{ t > t_{0.05}(9) \right\} = \left\{ t > 1.83 \right\} \qquad upper\ tail$$

One-sample T-test, forts.



Nollhypotesen kan inte förkastas. Därmed håller inte den alternativa hypotesen μ>0.9. Stickprovsmedelvärdet är 0.97, men vi kan inte säga att kvicksilverhalten är med statistisk signifikans större än 0.9.

One-sample T-test, del 2

0,8 1,6 0,9 0,8 1,2 0,4 0,7 1,0 1,2 1,1

$$H_0 : \mu = 1.1 \quad mot \quad H_1 : \mu < 1.1$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = 0,97$$

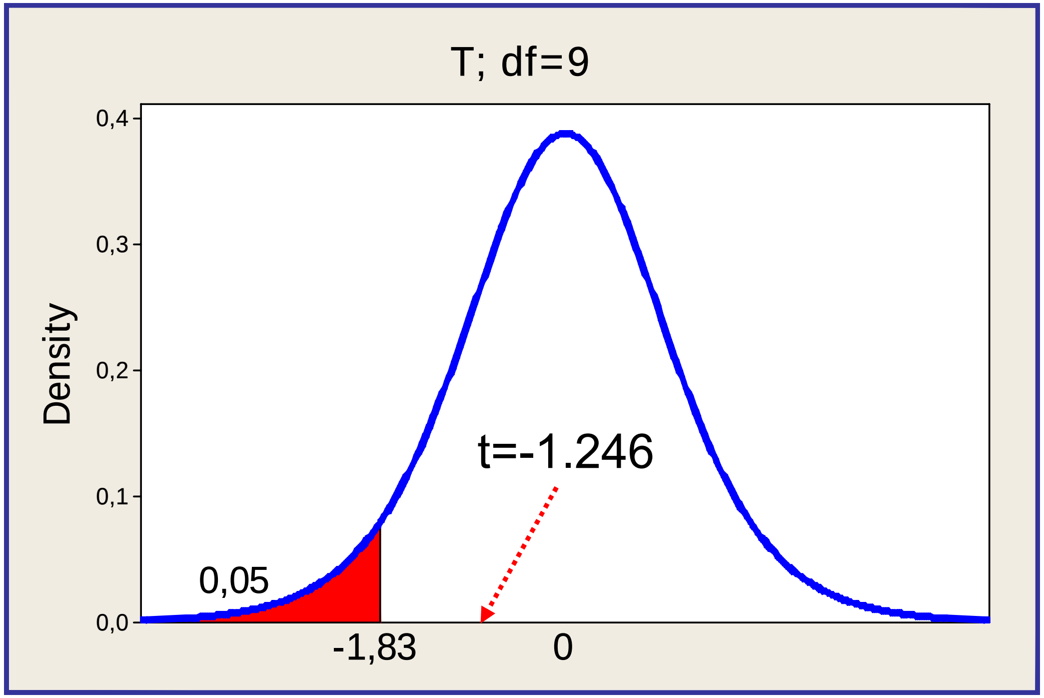
$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum x_i^2 - n\bar{x}^2\right] = 0.109$$

$$s = 0.33$$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{0.97 - 1.1}{0.33/\sqrt{10}} = -1.246 \qquad testvariabel, \quad f = n - 1 = 9$$

$$\Omega_{krit} = \left\{t < -t_\alpha(f)\right\} = \left\{ t < -t_{0.05}(9) \right\} = \left\{ t < -1.83 \right\} \qquad lower\ tail$$

One-sample T-test, forts.

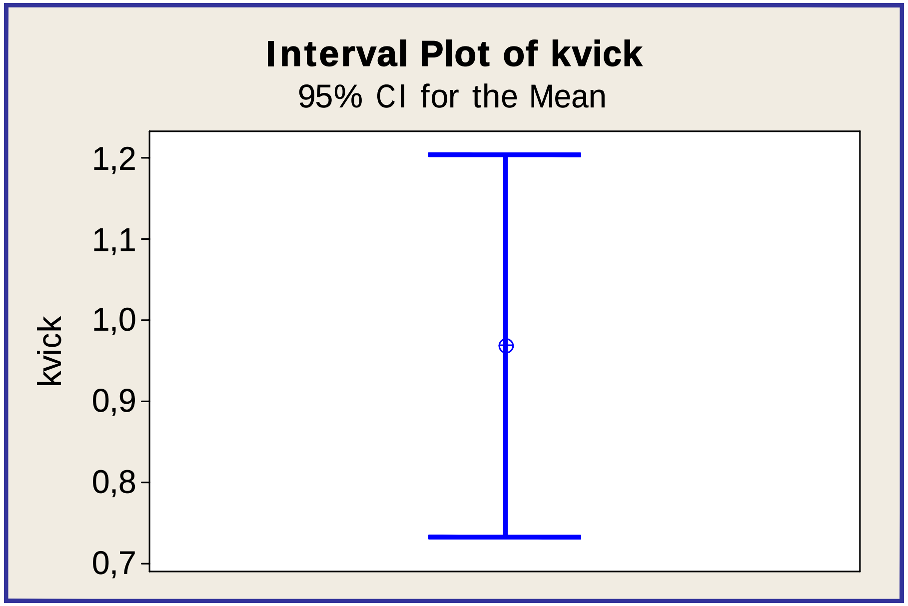


Nollhypotesen kan inte förkastas. Den alternativa hypotesen μ<1.1 håller inte. Stickprovsmedelvärdet är 0.97, men vi kan inte säga att kvicksilverhalten är med statistisk signifikans mindre än 1.1.

Kvicksilver, sammanfattning

- Stickprovsmedelvärdet är 0.97
- Vi kan dock inte säga att kvicksilverhalten är (med α=0.05) större än 0.9.
- Vi kan inte heller säga att kvicksilverhalten är (med α=0.05) mindre än 1.1
- Vi kan inte säga att kvicksilverhalten ligger mellan 0.9 och 1.1 $\rightarrow$ konfidensintervallet är bredare än så

Graph / Interval Plot



95% Confidence Interval for Mean
Estimate = 0,97
Interval = (0,733824, 1,20618)

2. Two-sample t-test

$n_x = 9 \qquad \bar{x} = 22 \qquad s_x = 3$

$n_y = 7 \qquad \bar{y} = 24 \qquad s_y = 5$

$H_0: \quad \mu_x = \mu_y$

$$s_p^2 = \frac{(n_x - 1)\cdot s_x^2 + (n_y - 1)\cdot s_y^2}{(n_x - 1) + (n_y - 1)} = \frac{8\cdot 3^2 + 6\cdot 5^2}{14} = 15.86$$

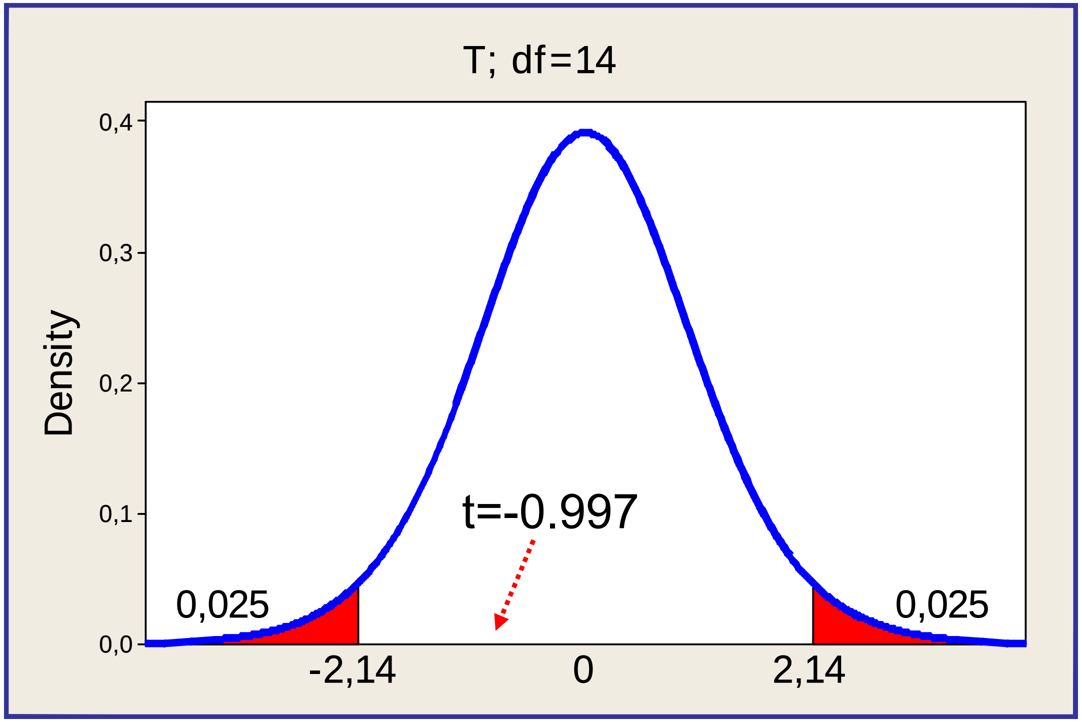
$s_p = 3.98$

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{s_p \cdot \sqrt{\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y}}} = \frac{22 - 24}{3.98 \cdot \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{7}}} = -0.997 \quad \textit{testvariabel}$$

$f = n_x + n_y - 2 = 14 \qquad$ *frihetsgrader*

$$\Omega_{krit} = \left\{ t < -t_{\alpha/2}(f);\ t > t_{\alpha/2}(f) \right\} = \left\{ t < -t_{0.025}(14);\ t > t_{0.025}(14) \right\} = \left\{ t < -2{,}14;\ t > 2{,}14 \right\}$$

Two-sample t-test, forts.



H_0 ($\mu_x=\mu_y$) förkastas inte. Man kan inte säga att det finns en statistisk signifikant skillnad mellan båda medelvärden, dvs. att skillnaden vi såg mellan stickprovsmedelvärden kommer med stor sannolikhet till stånd på grund av slump.

3. Paired-sample T-test

Person	1	2	3	4	5	6	7	8
morgon	172	168	180	181	160	163	165	177
kväll	172	167	177	179	159	161	166	175
z_i	0	1	3	2	1	2	-1	2

$$\bar{z} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} z_i = \frac{1}{8}\left(0+1+3+2+1+2-1+2\right) = 1{,}25$$

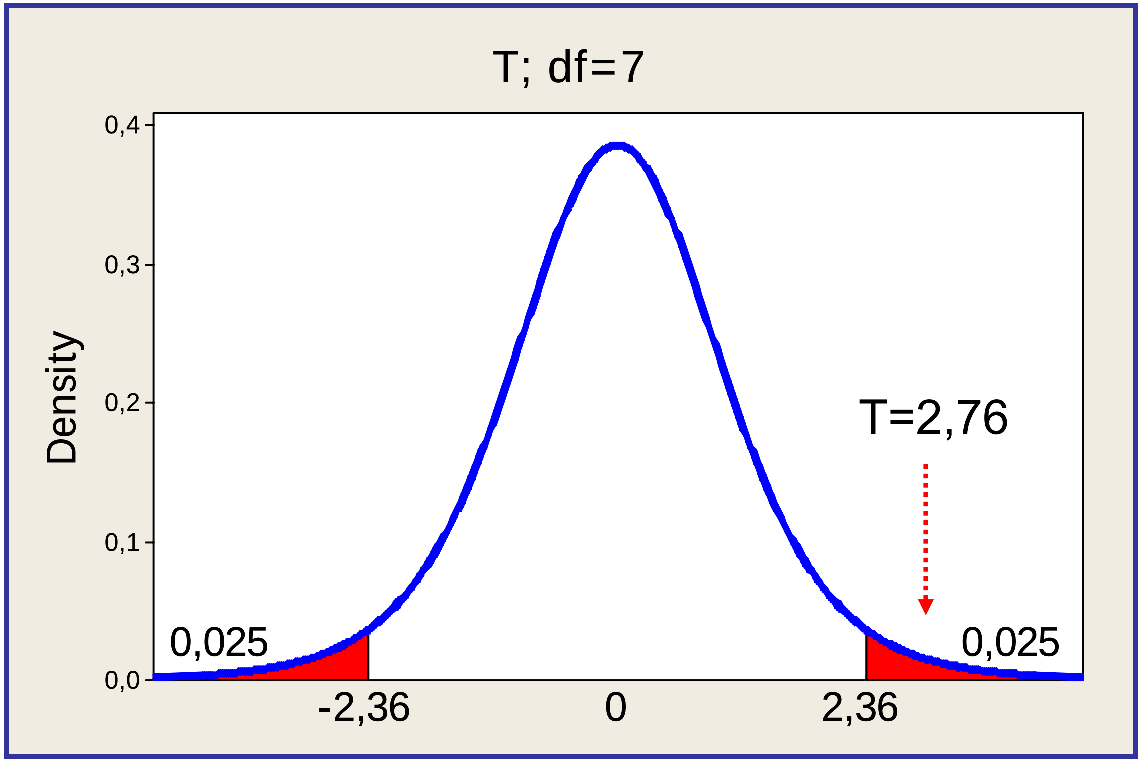
$$s_z^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(z_i-\bar{z}\right)^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum z_i^2 - n\bar{z}^2\right] = \frac{1}{7}\left[0+1+9+4+1+4+1+4-8\cdot 1{,}25^2\right] = 1{,}643$$

$$s_z = 1{,}282$$

$$t = \frac{\bar{z}}{s_z/\sqrt{n}} = \frac{1{,}25}{1{,}282/\sqrt{8}} = 2{,}758 \qquad \textit{testvariabel}, \quad f = n-1 = 7$$

$$\Omega_{krit} = \left\{t < -t_{\alpha/2}(f);\ t > t_{\alpha/2}(f)\right\} = \left\{t < -t_{0.025}(7);\ t > t_{0.025}(7)\right\} = \left\{t < -2{,}36\,;\ t > 2{,}36\right\}$$

Längd, morgon och kväll



Testvariabeln ligger i det kritiska området. Nollhypotesen ($\Delta\mu = 0$) förkastas. Skillnaden i längden morgon och kväll är statistiskt signifikant på signifikansnivå 0,05.