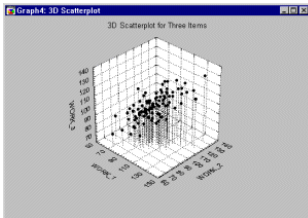


## Två-vägs ANOVA

- Om två oberoende variabler (faktorer) kommer in i spelet



uwe.menzel@math.uu.se

## Experiment med två faktorer

- Två oberoende variabler ("faktorer")
- Mängd gödsel / mängd vatten → mängd skördade potatis
- Faktor: gödsel**
  - Level: 300 mg/m<sup>2</sup>; 500 mg/m<sup>2</sup>; 700 mg/m<sup>2</sup>
- Faktor: vatten**
  - Level: 0.3 l/m<sup>2</sup>; 0.5 l/m<sup>2</sup>; 0.9 l/m<sup>2</sup>



## Treatment → Population

		Faktor 1 →			
		Level 1	Level 2	Level 3	Level 4
Faktor 2 →	Level 1	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	...
	Level 2	...	...	...	...
	Level 3	...	...	...	...

Treatment = kombination av faktor och level, t.ex.

- gödsel = 300 mg/m<sup>2</sup>
  - vatten = 2 ggr / dygn
- } ett treatment

## Balanced och ortogonal design

		Faktor 1 →			
		Level 1	Level 2	Level 3	Level 4
Faktor 2 →	Level 1	5	5	5	5
	Level 2	5	5	5	5
	Level 3	5	5	5	5

antalet replikat detsamma för alla celler  
orthogonal design – inga celler saknas

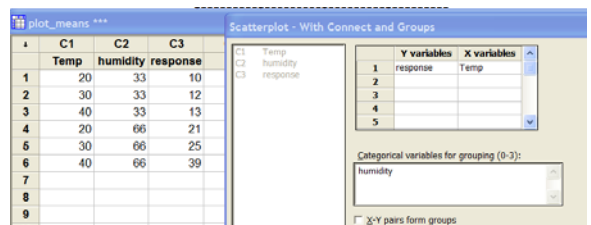
## Table of means

		Faktor 1 →			
		Level 1	Level 2	Level 3	Level 4
Faktor 2 →	Level 1	12.5	5.4	3.4	1.2
	Level 2	5.3	7.5	6.5	3.7
	Level 3	5.0	5.3	5.4	5.5

medelvärden över alla replikat i respektive cell

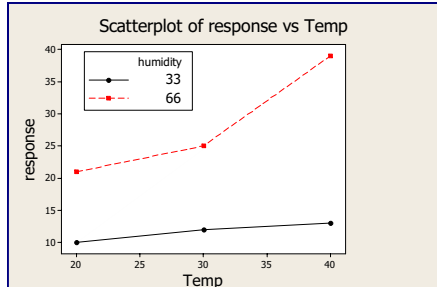
## "Graph of means"

Graph / Scatterplot / With Connect and Groups

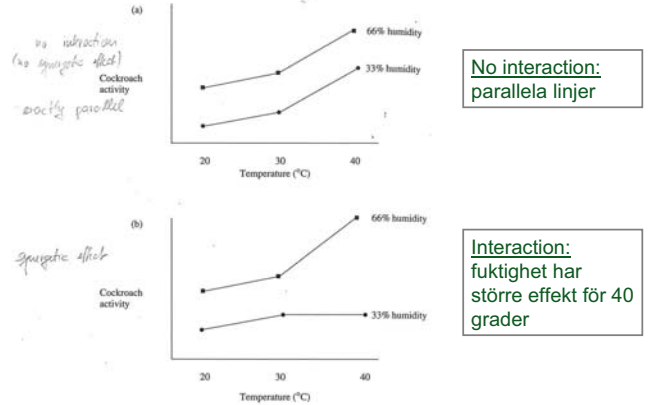


medelvärden för alla replikat i en grupp

## "Graph of means"



## Interaction

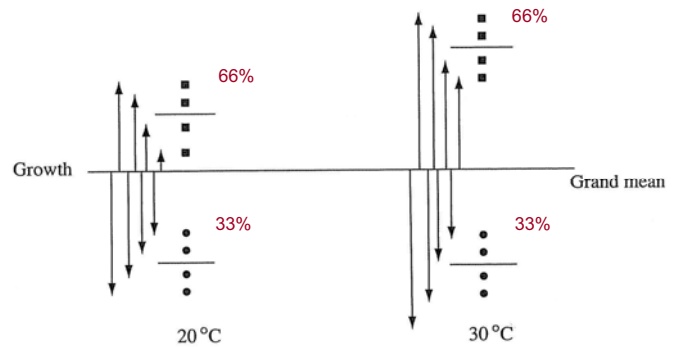


## Att dela upp variationen

- Fyra andel:**
  - Variation pga. slumpmässigt fel
  - Variation pga. faktor A
  - Variation pga. faktor B
  - Variation pga. växelverkning A ↔ B (interaction)
- Exempel:**

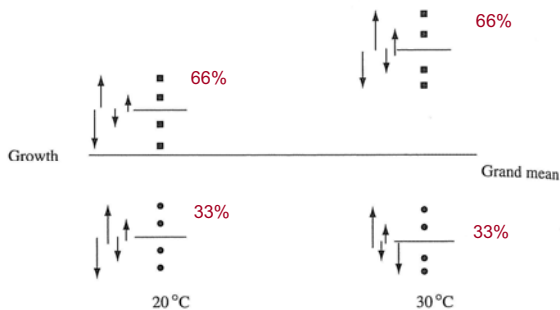
	20°C	30°C
33%	4 värden	4 värden
66%	4 värden	4 värden

## Total Sum of Squares (TotalSS)



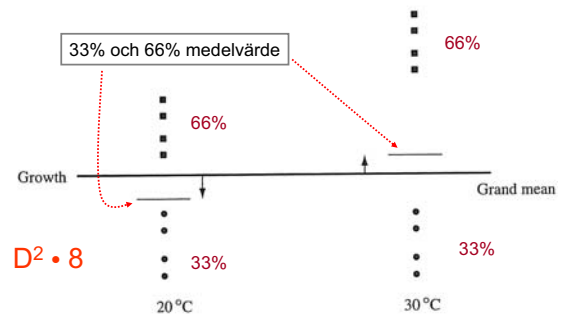
Sum of Squares för differenserna mellan alla värden och det globala medelvärdet (grand mean).

## Sum of Squares for error (SSE)



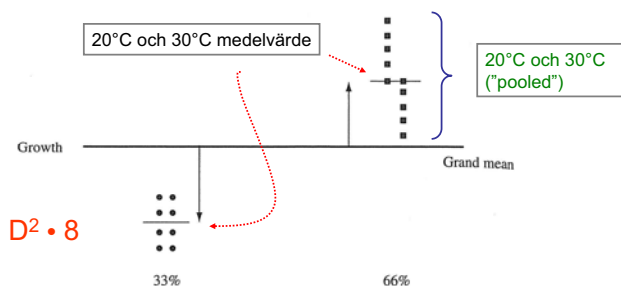
Sum of Squares för differenserna mellan värden i varje grupp och dess respektive gruppmedelvärdet (variation inom replikat för samma treatment; försakas av "ren slump")

## Sum of Squares för faktor A (SST<sub>A</sub>) - Temperatur



Sum of squares för differenserna mellan de enskilda värden och ett medelvärde som beräknas genom att ignorera faktor B.

## Sum of Squares för faktor B ( $SST_B$ ) – Fuktighet



Sum of squares för differenserna mellan de enskilda värdena och ett medelvärde som beräknas genom att ignorera faktor A.

## Sum of Squares for interaction

$$SSI = TotalSS - SST_A - SST_B - SSE \quad \text{gäller exakt}$$

## Mean Squares, F-värden

$$MST_A = \frac{SST_A}{df_A} \quad df_A = \# \text{ levels}_A - 1$$

$$MST_B = \frac{SST_B}{df_B} \quad df_B = \# \text{ levels}_B - 1$$

$$MSI = \frac{SSI}{df_I} \quad df_I = df_A \cdot df_B$$

$$MSE = \frac{SSE}{df_E} \quad df_E = df_A \cdot df_B \cdot (c - 1)$$

$$F_A = \frac{MST_A}{MSE}$$

$$F_B = \frac{MST_B}{MSE}$$

$$F_I = \frac{MSI}{MSE}$$

$c$  = antalet replicates för varje treatment, så att  $n = a \cdot b \cdot c$  (totala antalet värden)

## Two-way ANOVA i Minitab

- Plankton: kombinerad effekt av sjö och näring ska undersökas, dvs. 2 faktorer
- 2 sjöar kombinerade med 3 olika näringar



ANOVA\_1.MPJ

## Worksheet "two-way"

	C1	C2	C3-1	C4
	Zooplankton	Supplement	Lake	
1	34	1	Rose	
2	43	1	Rose	
3	57	1	Dennison	
4	40	1	Dennison	
5	85	2	Rose	
6	68	2	Rose	
7	67	2	Dennison	
8	53	2	Dennison	
9	41	3	Rose	
10	24	3	Rose	
11	42	3	Dennison	
12	52	3	Dennison	
13				

Two-Way Analysis of Variance

Response: Zooplankton

Row factor: Supplement  Display means

Column factor: Lake  Display means

Store residuals

Store fits

Confidence level: 95,0

Fit additive model

Select

Help

OK

Cancel

Två faktorer  
Orthogonal design  
två replicates i varje cell

Supplement = näring

## Resultat Two-way ANOVA

Two-way ANOVA: Zooplankton versus Supplement; Lake

Source	DF	SS	MS	F	P
Supplement	2	1918,50	959,250	9,25	0,015
Lake	1	21,33	21,333	0,21	0,666
Interaction	2	561,17	280,583	2,71	0,145
Error	6	622,00	103,667		
Total	11	3123,00			

Signifikant effekt ( $\alpha=0.05$ ) för faktor "näring", ty  $p < 0.05$   
Ingen signifikant effekt för faktor "sjö"  
Ingen signifikant effekt för växelverkning (interaction)

## Exempel 2



		Temp →		
		20°C	30°C	40°C
33%	1	5	9	11
	2	6	10	11
	3	7	11	11
66%	9	13	17	17
	10	14	18	18
	11	15	19	19
99%	17	21	25	25
	18	22	26	26
	19	23	27	27

Fuktighet →

3 värden för varje treatment

McKillup s. 139

# Minitab, samma data:

ANOVA\_1.MPJ

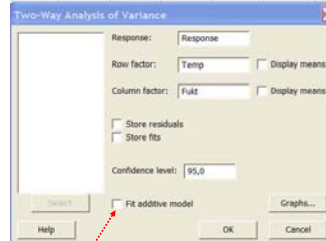
	C1	C2	C3
	Temp	Fukt	Response
5	20	66	10
6	20	66	11
7	20	99	17
8	20	99	18
9	20	99	19
10	30	33	5
11	30	33	6
12	30	33	7
13	30	66	13
14	30	66	14
15	30	66	15
16	30	99	21
17	30	99	22
18	30	99	23
19	40	33	9
20	40	33	10
21	40	33	11
22	40	66	17
23	40	66	18
24	40	66	19
25	40	99	25
26	40	99	26
27	40	99	27

3 replikat ( alla 20°C och 99%)

3 replikat ( alla 30°C och 66%)

# Minitab, samma data

Stat / ANOVA / Two-Way

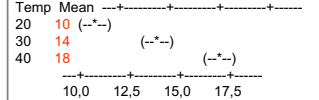


additive = utan växelverkning (interaction)

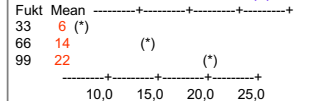
## Two-way ANOVA: Response versus Temp; Fukt

Source	DF	SS	MS	F	P
Temp	2	288	144	144,00	0,000
Fukt	2	1152	576	576,00	0,000
Interaction	4	0	0	0,00	1,000
Error	18	18	1		
Total	26	1458			

Individual 95% CIs For Mean Based on Pooled StDev Faktor A – humidity pooled



Individual 95% CIs For Mean Based on Pooled StDev Faktor B – temp pooled



# Resultat:

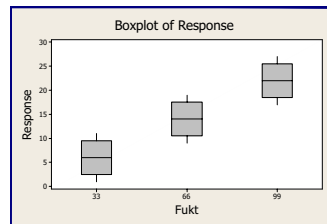
## Two-way ANOVA: Response versus Temp; Fukt

Source	DF	SS	MS	F	P
Temp	2	288	144	144,00	0,000
Fukt	2	1152	576	576,00	0,000
Interaction	4	0	0	0,00	1,000
Error	18	18	1		
Total	26	1458			

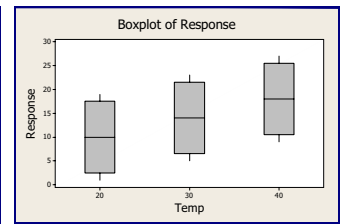
⇒ (Mycket) låg p-värde → slh. är mycket låg att gruppmedelvärden avviker så starkt pga. ren slump →  $H_0$  (alla gruppmedelvärden är lika) förkastas → det finns en effekt av faktorerna: **Fuktighet och temperatur har ett inflytande.**  
 ⇒ Hög p-värde → det erhållna resultatet kan komma till stånd pga. ren slump →  $H_0$  förkastas inte → ingen effekt (ingen växelverkning).

# Lådagramm, samma data

Graph / Boxplot / One Y / With Groups  
Graph variable: response  
Categorical variabel: Fukt



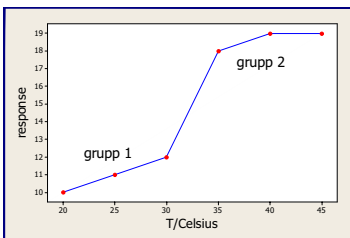
Graph / Boxplot / One Y / With Groups  
Graph variable: response  
Categorical variabel: Temp



Man anar att det finns en effekt av både fukt och temperatur.

# A posteriori test

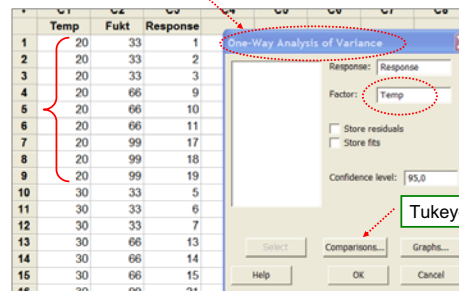
- Om en faktor "har effekt", dvs. om respektive F-värdet blev signifikant stor, vet man ännu inte var effekten ligger (finns ett "språng" mellan 20°C och 30°C eller mellan 30°C och 40°C osv.)



Tukey-test om det inte finns någon växelverkning. Man måste alltså "poola" den andre faktorn ... och köra One-Way (!) ANOVA inklusive Tukey-test.

# Tukey-test för faktor Temp

One-Way ANOVA ; ignorerar faktor "Fukt"



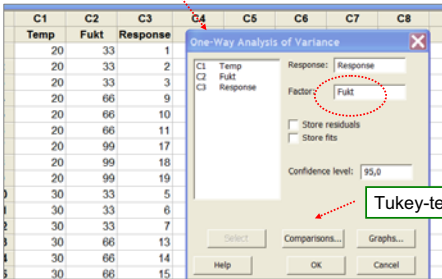
Temp → Response

det finns nu faktiskt 9 replikat för varje temperatur

misslyckades, inga kluster hittades, spridning för stor, se lådagramm ovan ... (Tukey testet är konservativ.)

# Tukey-test för faktor Fukt

One-Way ANOVA och ignorera faktor "Temp"



Fukt → Response

det finns nu faktiskt 9 replikat för varje fuktighet

3 kluster hittades, se nästa sida ...

Tukey-test, temperatur "pooled".

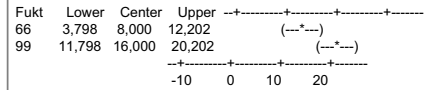
One-way ANOVA: Response versus Fukt

Source	DF	SS	MS	F	P
Fukt	2	1152,0	576,0	45,18	0,000
Error	24	306,0	12,8		
Total	26	1458,0			

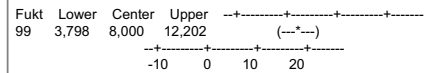
Tukey 95% Simultaneous Confidence Intervals  
All Pairwise Comparisons among Levels of Fukt

Individual confidence level = 98,02%

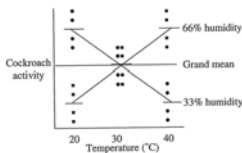
Fukt = 33 subtracted from:



Fukt = 66 subtracted from:

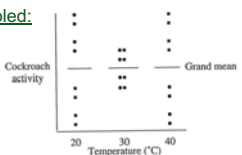


## Interaction kan gömma en effekt



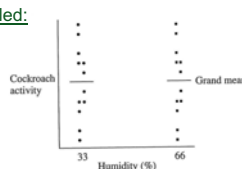
Temperaturändring har en motsatt effekt för 33% och för 66% fuktighet.

humidity pooled:



Extremfall: alla gruppmedelvärden har samma storlek som det globala medelvärdet

temperature pooled:

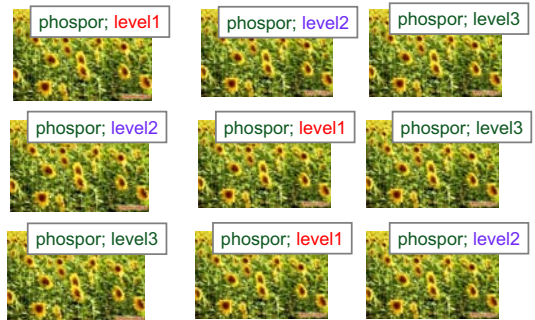


Extremfall: detsamma för fuktighet ...

Om växelverknigen är signifikant, kan man inte lita på F-värdena för faktor A och B.

Tukey-test för "unpooled" data, McKillup S. 144

## Nested ANOVA



Vare sig äkta replikat eller två-faktors situation

Stat / ANOVA / Fully Nested ANOVA

McKillup s. 169

## MANOVA

- Multivariate Analysis Of VAriance
- generalisering
- flera beroende variabler (response variables, dependent variables)

