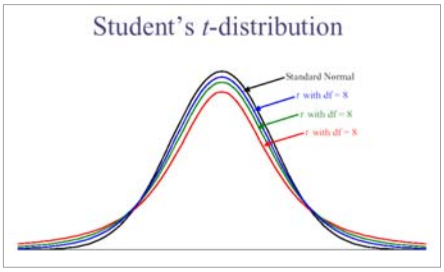
t-Testet



uwe.menzel@math.uu.se

Lite historia om t-testet

- "Students t-test"
- "Student," pseudonym som används av William Gosset (bild)
- Jobbade på Guinness bryggeriet i Dublin i början av 1900-talet
- allmänt betecknas alla test som använder t-fördelningen som t-test

Definition för t-fördelningen

Förutsättningarna:

$Z \in N(0,1)$

$W \in \chi^2(\nu) \qquad \nu \text{ frihetsgrader}$

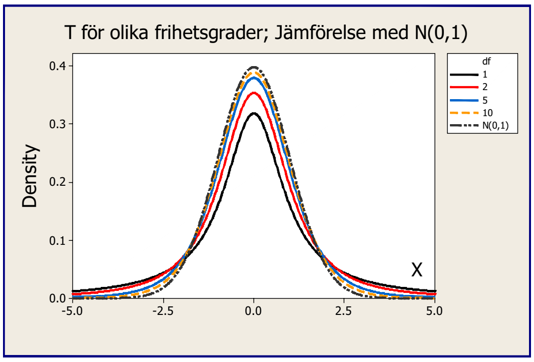
$Z \text{ och } W \text{ oberoende}$

Om Z och W har ovanstående fördelningar, så har följande kvotient en t-fördelning:

$$\frac{Z}{\sqrt{\frac{W}{\nu}}} \in t(\nu)$$

t-distribution med ν frihetsgrader

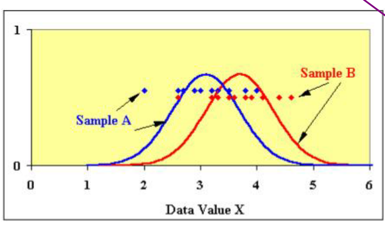
Students t-fördelning



$$f(t) = \frac{\Gamma(\frac{\nu+1}{2})}{\sqrt{\nu\pi}\,\Gamma(\frac{\nu}{2})} \left(1+\frac{t^2}{\nu}\right)^{-(\frac{\nu+1}{2})} \qquad \textit{täthetsfunktion}$$

Användning av t-testet

1. Har en normalfördelning det hypotetiska medelvärdet μ_0 ?
   .... om σ inte är känd [One-Sample t-test]
2. Två oberoende stickprov: $\mu_1 = \mu_2$? [Two- Sample t-test]
3. Två *parade* stickprov: $\mu_1 = \mu_2$? [Paired t-test]



före/efter behandling
med/utan medikament
rökare/icke-rökare
genvariant 1 eller 2
vikt art 1 art 2
skörd med/utan gödsel
osv.

Ett stickprov: Hur räknar man?

stickprovets medelvärde

det hypotetiska medelvärdet för hela populationen

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$$

Testvariabel t, ett stickprov

stickprovets standardavvikelse

stickprovets storlek

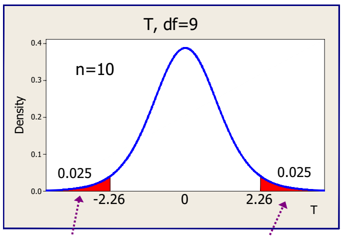
Ett stickprov: Hur räknar man?

- μ_0=2, var hypotes för fördelningens medelvärde
- Vi tog ett stickprov med 9 värden som gav medelvärdet 1.1 och s = 2.7

Testvariabel, ett stickprov:

$$t=\frac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}=\frac{1.1-2}{2.7/\sqrt{9}}=\frac{-0.9}{0.9}=-1$$

t-test, ett stickprov, tvåsidigt



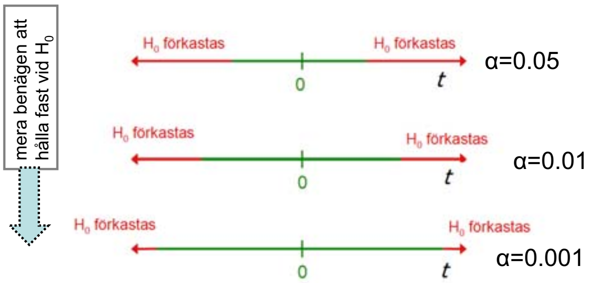
$t\in\Omega_{krit}\rightarrow$ förkasta H_0

$$t=\frac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

Det är osannolikt att ett sådant extremt värde för t kommer till stånd, givet att H_0 gäller

Om stickprovets medelvärde skiljer sig ***signifikant*** från μ_0 så förkastas nollhypotesen H_0 (fördelningen har alltså troligtvis *inte* μ_0 som väntevärde).

Kritiska områden för olika signifikansnivåer (tvåsidigt test)



värdena för det kritiska området beror också på antalet "frihetsgrader"

One-sample t-test

1. Hypotes H_0: $\mu=\mu_0$ H_a: $\mu\neq\mu_0$ (tvåsidigt)
2. Välj signifikansnivå: α = 0.05 $\rightarrow\Omega_{krit}$
3. Stickprov → medelvärde och standardavvikelse
4. Testvariabelns värde
5. Förkasta H_0 om t ligger i det kritiska området ("*rejection region*")

$$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum x_i$$

$$s=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum(x_i-\bar{x})}$$

$$t=\frac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

$$\Omega_{krit}=\{t:|t|>t_{\alpha/2}(f)\}\quad med\quad f=n-1$$

Hur kommer man på detta? (Tillägsinformation)

Slutledning

Om H_0 är sann, då vet vi att:

1. $$Z=\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\in N(0,1)$$ *se föreläsning normalfördelning*

Om X~N(μ,σ) gäller allmänt: (S är stickprovs-standardavvikelsen)

2. $$W=\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\in\chi^2(n-1)$$

Testvariabeln är en speciell funktion av Z och W:

3. $$\frac{Z}{\sqrt{\frac{W}{n-1}}}=\frac{\frac{(\bar{X}-\mu_0)\cdot\sqrt{n}}{\sigma}}{\sqrt{\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2\cdot(n-1)}}}=\frac{(\bar{X}-\mu_0)\cdot\sqrt{n}}{S}=\frac{(\bar{X}-\mu_0)}{S/\sqrt{n}}$$

t(n-1) - fördelad ⇒

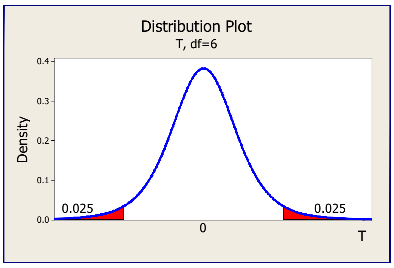
$$\frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}=T\in t(n-1)$$

Om H_0 är sann ...

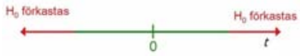
Slutledning:

H_0 är sann $\Longleftrightarrow$ $T \in t(n-1)$

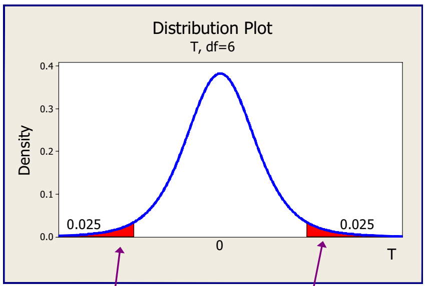
$$t = \frac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}$$



Om t-värdet hamnar i den röda regionen, så förkastar vi nollhypotesen (H_0). Sannolikheten att ett sådant värde kommer till stånd "under H_0" (av ren slump) är nämligen liten (≤ 5%).



Kvantiler för t-fördelningen



$t_{0.975}(6) = -t_{0.025}(6)$
(symmetriskt runt 0)

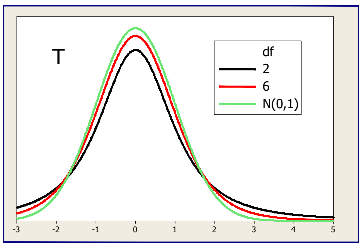
$t_{0.025}(6)$

Vi behöver kvantilerna för att veta vilket värde på x-axeln tillhör vilken area under täthetsfunktionen (som är ju α)

OBS!: Kvantilerna beror också på f=n-1 (antalet "frihetsgrader")

t-test.MPJ

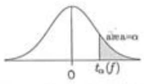
Kvantiler för t-fördelningen



f stor → liten skillnad till N(0,1)

Större spridning (tails) för T pga. större osäkerhet – vi vet ju inte σ och måste skatta det (med s).

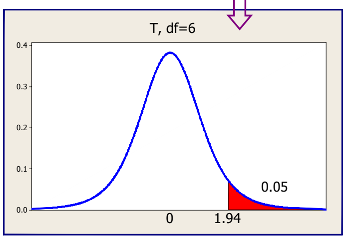
Tabell 3. *t*-fördelningen
$P(X > t_\alpha(f)) = \alpha$, där $X \in t(f)$.



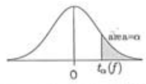
f \ α	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1	3.08	6.31	12.71	31.82	63.66	318.31	636.62
2	1.89	2.92	4.30	6.96	9.92	22.33	31.60
3	1.64	2.35	3.18	4.54	5.84	10.21	12.92
4	1.53	2.13	2.78	3.75	4.60	7.17	8.61
5	1.48	2.02	2.57	3.36	4.03	5.89	6.87
6	1.44	1.94	2.45	3.14	3.71	5.21	5.96
7	1.41	1.89	2.36	3.00	3.50	4.79	5.41
8	1.40	1.86	2.31	2.90	3.36	4.50	5.04
9	1.38	1.83	2.26	2.82	3.25	4.30	4.78
10	1.37	1.81	2.23	2.76	3.17	4.14	4.59
11	1.36	1.80	2.20	2.72	3.11	4.02	4.44
12	1.36	1.78	2.18	2.68	3.05	3.93	4.32
13	1.35	1.77	2.16	2.65	3.01	3.85	4.22
14	1.35	1.76	2.14	2.62	2.98	3.79	4.14
15	1.34	1.75	2.13	2.60	2.95	3.73	4.07
16	1.34	1.75	2.12	2.58	2.92	3.69	4.01
17	1.33	1.74	2.11	2.57	2.90	3.65	3.97
18	1.33	1.73	2.10	2.55	2.88	3.61	3.92
19	1.33	1.73	2.09	2.54	2.86	3.58	3.88
20	1.33	1.72	2.09	2.53	2.85	3.55	3.85
21	1.32	1.72	2.08	2.52	2.83	3.53	3.82
22	1.32	1.72	2.07	2.51	2.82	3.50	3.79
23	1.32	1.71	2.07	2.50	2.81	3.48	3.77
24	1.32	1.71	2.06	2.49	2.80	3.47	3.75
25	1.32	1.71	2.06	2.49	2.79	3.45	3.73
26	1.31	1.71	2.06	2.48	2.78	3.43	3.71
27	1.31	1.70	2.05	2.47	2.77	3.42	3.69
28	1.31	1.70	2.05	2.47	2.76	3.41	3.67
29	1.31	1.70	2.05	2.46	2.76	3.40	3.66
30	1.31	1.70	2.04	2.46	2.75	3.39	3.65
40	1.30	1.68	2.02	2.42	2.70	3.31	3.55
60	1.30	1.67	2.00	2.39	2.66	3.23	3.46
120	1.29	1.66	1.98	2.36	2.62	3.16	3.37
∞	1.28	1.64	1.96	2.33	2.58	3.09	3.29 $= \lambda_\alpha$

Kvantiler för t-fördelningen

Graph / Probability Distribution Plot / View Probability / Distribution: t / Degrees of freedom: 6 / Shaded area / Probability = 0.05 / Right tail



Tabell 3. *t*-fördelningen
$P(X > t_\alpha(f)) = \alpha$, där $X \in t(f)$.



f \ α	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1	3.08	6.31	12.71	31.82	63.66	318.31	636.62
2	1.89	2.92	4.30	6.96	9.92	22.33	31.60
3	1.64	2.35	3.18	4.54	5.84	10.21	12.92
4	1.53	2.13	2.78	3.75	4.60	7.17	8.61
5	1.48	2.02	2.57	3.36	4.03	5.89	6.87
6	1.44	1.94	2.45	3.14	3.71	5.21	5.96
7	1.41	1.89	2.36	3.00	3.50	4.79	5.41
8	1.40	1.86	2.31	2.90	3.36	4.50	5.04
9	1.38	1.83	2.26	2.82	3.25	4.30	4.78
10	1.37	1.81	2.23	2.76	3.17	4.14	4.59
11	1.36	1.80	2.20	2.72	3.11	4.02	4.44
12	1.36	1.78	2.18	2.68	3.05	3.93	4.32
13	1.35	1.77	2.16	2.65	3.01	3.85	4.22
14	1.35	1.76	2.14	2.62	2.98	3.79	4.14
15	1.34	1.75	2.13	2.60	2.95	3.73	4.07
16	1.34	1.75	2.12	2.58	2.92	3.69	4.01
17	1.33	1.74	2.11	2.57	2.90	3.65	3.97
18	1.33	1.73	2.10	2.55	2.88	3.61	3.92
19	1.33	1.73	2.09	2.54	2.86	3.58	3.88
20	1.33	1.72	2.09	2.53	2.85	3.55	3.85
21	1.32	1.72	2.08	2.52	2.83	3.53	3.82
22	1.32	1.72	2.07	2.51	2.82	3.50	3.79
23	1.32	1.71	2.07	2.50	2.81	3.48	3.77
24	1.32	1.71	2.06	2.49	2.80	3.47	3.75
25	1.32	1.71	2.06	2.49	2.79	3.45	3.73
26	1.31	1.71	2.06	2.48	2.78	3.43	3.71
27	1.31	1.70	2.05	2.47	2.77	3.42	3.69
28	1.31	1.70	2.05	2.47	2.76	3.41	3.67
29	1.31	1.70	2.05	2.46	2.76	3.40	3.66
30	1.31	1.70	2.04	2.46	2.75	3.39	3.65
40	1.30	1.68	2.02	2.42	2.70	3.31	3.55
60	1.30	1.67	2.00	2.39	2.66	3.23	3.46
120	1.29	1.66	1.98	2.36	2.62	3.16	3.37
∞	1.28	1.64	1.96	2.33	2.58	3.09	3.29 $= \lambda_\alpha$

Förutsättningar: 1-Sample t-test

- Populationen är normalfördelad (eller n ≥ 30)
- Slumpmässigt stickprov

man får t. ex. inte:

- *bara* välja barn från en sportgymnasieskola
- *bara* välja barn från en storstadsregion
- subjektivt välja ut på något sätt

Stickprovet måste vara *representativt.*

Exempel: astronauter (igen)

- <u>känd fördelning:</u> antalet vita blodceller per ml blod hos friska vuxna: μ=7500; σ=1250 (mätt hos miljontals människor, kan därför anses som sanna populationsparametrar)

... men den här gången antar vi inte att standardavvikelsen är densamma som för "jordnära" människor ...

<u>Stickprov:</u> 7130, 6845, 7055, 7235, 7200, 7450, 7750, 7950, 7340, 7150
Ny ”population”: astronauter! samma μ?

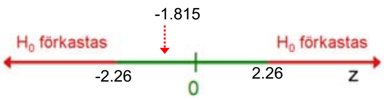
1. Nollhypotes:
   H_0: $\mu_0=7500$ (*ingen* förändring)
   H_a: $\mu_0 \neq 7500$ (tvåsidigt)
2. Signifikansnivå: $\alpha = 0.05$
3. Stickprovets medelvärde och standardavvikelse
4. Testvariabel t
5. t ϵ Ω_{krit} (kritiska området) → förkasta H_0

$$\Omega_{krit} = \left\{ t < -t_{\alpha/2}(9);\ t > t_{\alpha/2}(9) \right\} = \left\{ t < -t_{0.025}(9);\ \ t > t_{0.025}(9) \right\} = \left\{ t < -2.26\,;\ t > 2.26 \right\}$$

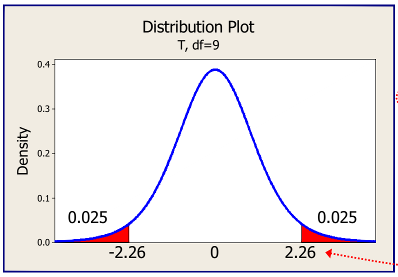
$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum x_i = 7310.5$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum (x_i - \bar{x})^2} = 330.1$$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{7310.5 - 7500}{330.1/\sqrt{10}} = -1.815$$



Rejection Region (RR)

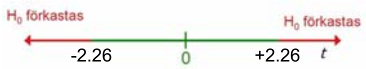


tvåsidigt test !

$$\alpha = 0.05$$

$$\Omega_{krit} = \left\{ t < -t_{\alpha/2}(9);\ t > t_{\alpha/2}(9) \right\} = \left\{ t < -t_{0.025}(9);\ \ t > t_{0.025}(9) \right\} = \left\{ t < -2.26\,;\ t > 2.26 \right\}$$

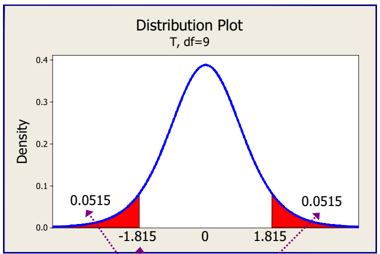
gäller bara för n=10:



Exempel - Minitab

- Nollhypotes: $\mu_0=7500$
- Stickprov: 7130, 6845, 7055, 7235, 7200, 7450, 7750, 7950, 7340, 7150

Stat / Basic Statistics
1-Sample t
Sample in column C1
Perform hypothesis test
Hypothesized mean: 7500



One-Sample T: blod
Test of mu = 7500 vs not = 7500

Variable	*N*	*Mean*	*StDev*	*SE Mean*	*95% CI*	*T*	*P*
blod	*10*	*7311*	*330*	*104*	*(7074, 7547)*	*-1.82*	*0.103*

Testvariabel (Statistika)

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

- Beräkning av en testvariabel dess fördelning är helt känd t.ex. T ~ t(n-1)
- Testvariabeln var noll[(1)] om stickprovet stämde exakt överens med nollhypotesen.
- Ju starkare testvariabeln avviker från noll, desto mindre trovärdigt blir det att nollhypotesen stämmer.
- Om testvariabeln överskrider ett kritiskt värde, så förkastas nollhypotesen.
- Olika test utnyttjar bara olika testvariabler, se nästa sida ...

(1)Värdet för testvariabeln kan också vara något annat än noll, t.ex ett för F-testet

Name	Formula	Assumptions
One-sample z-test	$z = \frac{\overline{x} - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}$	(Normal distribution **or** $n > 30$) **and** σ known. (z is the distance from the mean in relation to the standard deviation of the mean). For non-normal distributions it is possible to calculate a minimum proportion of a population that falls within k standard deviations for any k (see: Chebyshev's inequality).
Two-sample z-test	$z = \frac{(\overline{x}_1 - \overline{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$	Normal distribution **and** independent observations **and** both (σ_1 and σ_2 known) H_0: $\Delta\mu=\mu_1-\mu_2$ (inte noll)
One-sample t-test	$t = \frac{\overline{x} - \mu_0}{(s/\sqrt{n})}$, $df = n - 1$	(Normal population **or** $n > 30$) **and** σ unknown
Paired t-test	$t = \frac{\overline{d} - d_0}{(s_d/\sqrt{n})}$, $df = n - 1$	(Normal population of differences **or** $n > 30$) **and** σ unknown
One-proportion z-test	$z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}$	$n \cdot p > 10$ **and** $n(1 - p) > 10$ **and** it is a SRS (Simple Random Sample).
Two-proportion z-test, equal variances	$z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}}$ $\hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2}$	$n_1 p_1 > 5$ **and** $n_1(1 - p_1) > 5$ **and** $n_2 p_2 > 5$ **and** $n_2(1 - p_2) > 5$ **and** independent observations
Two-proportion z-test, unequal variances	$z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}}$	$n_1 p_1 > 5$ **and** $n_1(1 - p_1) > 5$ **and** $n_2 p_2 > 5$ **and** $n_2(1 - p_2) > 5$ **and** independent observations

Two-Sample t-test, samma varianser

$$X_i \in N(\mu_x, \sigma)$$
$$Y_i \in N(\mu_y, \sigma) \quad samma,\ okänd\ \ \sigma$$
$$H_0:\ \ \mu_x = \mu_y$$
$$S_p^2 = \frac{(n_x - 1)\cdot S_x^2 + (n_y - 1)\cdot S_y^2}{(n_x - 1) + (n_y - 1)} \qquad pooled\ \ variance$$
$$T = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{S_p \cdot \sqrt{\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y}}} \qquad statistika\,;\ \ t(f) - fördelad\ (om\ H_0\ sann)$$

lower tail: H_a: $\mu_x < \mu_y$

$$f = n_x + n_y - 2 \qquad antalet\ \ frihetsgrader$$

Värdet av t säger oss om T kan vara t(f)-fördelad ...
och därmed om H_0 är trovärdig ...

http://www.adryver.com/mybook/

Two-Sample t-test, olika varianser

(Welch test, Smith-Satterthwaite test)

$X_i \in N(\mu_x, \sigma_x)$

$Y_i \in N(\mu_y, \sigma_y)$

$\sigma_x \neq \sigma_y$

$H_0: \quad \mu_x = \mu_y$

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{s_x^2}{n_x} + \frac{s_y^2}{n_y}}} \in t(f) \qquad f = \frac{\left[\frac{s_x^2}{n_x} + \frac{s_y^2}{n_y}\right]^2}{\frac{\left(s_x^2/n_x\right)^2}{n_x - 1} + \frac{\left(s_y^2/n_y\right)^2}{n_y - 1}}$$

under H_0

rounded down if not integer

Värdet av t säger oss om T kan vara t(f)-fördelad ...
och därmed om H_0 är trovärdig.

När är musklerna i fara?

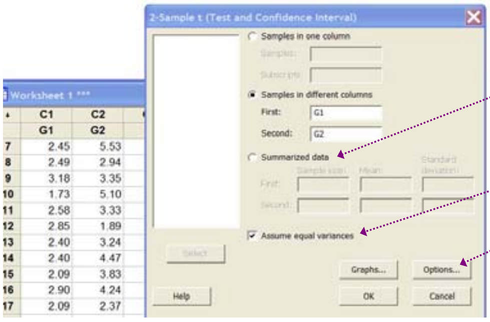
Grupp 1 (μkat L⁻¹)		Grupp 2 (μkat L⁻¹)	
4,02	2,09	3,80	3,83
1,66	2,90	3,63	4,24
3,81	2,09	4,64	2,37
3,07	2,88	3,05	3,18
2,02	2,69	3,15	3,43
3,00	2,06	3,73	3,81
2,45	1,58	5,53	4,15
2,49	3,03	2,94	2,92
3,18	3,39	3,35	3,38
1,73	1,91	5,10	
2,58	3,27	3,33	
2,85	1,65	1,89	
2,40	3,37	3,24	
2,40	2,90	4,47	

$\mu_1 = \mu_2$?

Two-Sample t-test, Minitab

Stat / Basic Statistics / 2-Sample t ...

Musklerna.MPJ



Om man redan har medelvärdet och s för båda stickprov

$\sigma_1 = \sigma_2 \;\; eller \;\; \sigma_1 \neq \sigma_2$

Bestäm:
ensidigt, tvåsidigt,
$\Delta\mu_0$ (kan vara $\neq 0$)

Minitab - resultat

Two-sample T for G1 vs G2

```
    N   Mean   StDev  SE Mean
G1  28  2.624  0.658    0.12
G2  23  3.616  0.827    0.17

Difference = mu (G1) - mu (G2)
Estimate for difference:  -0.992
95% CI for difference:  (-1.409, -0.574)
T-Test of difference = 0 (vs not =):   T-Value = -4.77   P-Value = 0.000   DF = 49
Both use Pooled StDev = 0.7384
```

Assume equal variances
(**fel** kan uppstå om det inte stämmer!
- man får inte anta det utan skäl)

Two-sample T for G1 vs G2

```
    N   Mean   StDev  SE Mean
G1  28  2.624  0.658    0.12
G2  23  3.616  0.827    0.17

Difference = mu (G1) - mu (G2)
Estimate for difference:  -0.992
95% CI for difference:  (-1.421, -0.563)
T-Test of difference = 0 (vs not =):   T-Value = -4.67   P-Value = 0.000   DF = 41
```

Unequal variances
(CI blir lite bredare)

Förutsättningar för 2-S t-test

- Båda stickprov från normalfördelning
- Stickprov är oberoende
- Är man inte säker att båda populationer har samma varians måste man köra Welch-testet (Minitab: man får *inte* välja "Assume equal variances")

Oberoende och parade observationer

Kroppsvikten före och efter juldagarna:

Oberoende stickprov:

Grupp 1, före	70.4	80.1	65.8	66.7	74.3	72.1	70.9	85.4	89.3	90.4	78.9	77.0
Grupp 2, efter	70.9	65.8	66.7	74.3	87.2	89.3	93.4	82.1	74.1	70.9		

Parade stickprov:

person	A	B	C	D	E	F	G	H
före	78.1	66.9	74.3	72.5	90.9	78.3	68.4	72.5
efter	79.2	67.0	77.1	73.3	92.0	78.1	68.4	72.9

t-test, paired samples

	A	B	C	D	E	F	G	H
före	78.1	66.9	74.3	72.5	90.9	78.3	68.4	72.5
efter	79.2	67.0	77.1	73.3	92.0	78.1	68.4	72.9
z_i	1.1	0.1	2.8	0.8	1.1	-0.2	0	0.4

Par	1	2	3	4
X	$N(\mu_1+\Delta,\sigma_1)$	$N(\mu_2+\Delta,\sigma_1)$	$N(\mu_3+\Delta,\sigma_1)$	...
Y	$N(\mu_1,\sigma_2)$	$N(\mu_2,\sigma_2)$	$N(\mu_3,\sigma_2)$	...
$Z=X-Y$	$N(\Delta,\sigma_z)$	$N(\Delta,\sigma_z)$	$N(\Delta,\sigma_z)$	...

$Z = X - Y \in N(\Delta,\sigma_z)$ med $\sigma_z = \sqrt{\sigma_1^2+\sigma_2^2-2\rho\sigma_1\sigma_2}$

differens z är normalfördelad

t-test, paired samples

	A	B	C	D	E	F	G	H
före	78.1	66.9	74.3	72.5	90.9	78.3	68.4	72.5
efter	79.2	67.0	77.1	73.3	92.0	78.1	68.4	72.9
z_i	1.1	0.1	2.8	0.8	1.1	-0.2	0	0.4

$X_i \in N(\mu_i,\sigma_x)$ *och* $Y_i \in N(\mu_i+\Delta,\sigma_y)$

$H_0:\ \bar{z}=0$ *ingen skillnad mellan väntevärden*

$z_i = x_i - y_i$

$t = \dfrac{\bar{z}}{s_z/\sqrt{n}}$ *statistika ; $t(f)$ − fördelad (om H_0 sann)*

$f = n-1$ *antalet frihetsgrader*

... testa om medelvärdet för z är noll (som 1-S t-test)

Paired t-test

$z_i = x_i - y_i$

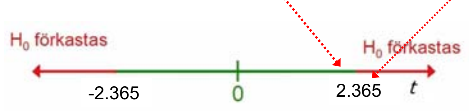
$\bar{z} = \sum_{i=1}^{n} z_i = \frac{1}{8}[1.1+0.1+2.8+0.8+1.1-0.2+0+0.4] = 0.7625$

$s_z = \sqrt{\frac{1}{n-1}(z_i-\bar{z})^2} = 0.9606$

$t = \dfrac{\bar{z}}{s_z/\sqrt{n}} = \dfrac{0.7625}{0.9606/\sqrt{8}} = \dfrac{0.7625}{0.3396} = 2.245$

$f = n-1 = 7$

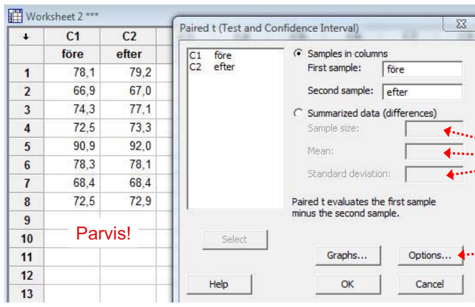
$\Omega_{krit} = \left[\ t < -t_{\alpha/2}(f);\ t > t_{\alpha/2}(f)\right] = [\ t < -t_{0.025}(7);\ t > t_{0.025}(7)\ ] = [\ t < -2.365;\ t > 2.365\ ]$



Minitab: t-test för parade observationer

musklerna.MPJ

Stat / Basic Statistics / Paired t ...



Om man redan har medelvärdet för z och s_z

Konfidensgrad = $1-\alpha$ ensidigt el. tvåsidigt hypotes för Δ

Minitab: t-test för parade observationer

Paired T for ***före - efter***

	N	Mean	StDev	SE Mean
före	*8*	*75,24*	*7,51*	*2,66*
efter	*8*	*76,00*	*7,82*	*2,76*
Difference	*8*	*-0,762*	*0,961*	*0,340*

95% CI for mean difference: (-1,566; 0,041)
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): *T-Value = -2,25* *P-Value = 0,060*

Förtecknet beror på vad som subtraheras av vad – oviktigt för 2-sidigt test

Inte signifikant på 5% signifikansnivå

T-test

1 stickprov
H_0: $\mu=\mu_0$

$t = \dfrac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}$

2 stickprov
H_0: $\mu_x=\mu_y$

Se text för:
s, s_z, s_x, s_y, s_p och f

Oberoende stickprov

Parade stickprov

$t = \dfrac{\bar{z}}{s_z/\sqrt{n}}$

$\sigma_x=\sigma_y$
Student's t

$t = \dfrac{\bar{x}-\bar{y}}{S_p\cdot\sqrt{\frac{1}{n_x}+\frac{1}{n_y}}}$

$\sigma_x\neq\sigma_y$
Welch

$t = \dfrac{\bar{x}-\bar{y}}{\sqrt{\frac{s_x^2}{n_x}+\frac{s_y^2}{n_y}}}$

uwe.menzel@math.uu.se