

PROBLEM I KOMBINATORIK, 2.

Permutationer

1. Hur många "ord" med en till fem bokstäver kan bildas med användande av bokstäverna i ordet ASTER ?
2. Hur många ord med fyra bokstäver kan man bilda med användande av bokstäverna i ordet SAMOVAR ?
3. Hur många olika "ord" bestående av fyra bokstäver kan bildas av de fem bokstäverna i ordet GAUSS ?
4. Hur många "ord" med fem bokstäver kan bildas med användande av bokstäverna i ordet MUMMA ?
5. Hur många sexsiffriga tal finns det som innehåller
 - a) siffrorna 1,1,1,2,2,3 ?
 - b) siffrorna 0,1,2,2,3,3,3 ?
6. Hur många olika tärningar finns det om man släpper på kravet att summan av antalet prickar på motstående sidor skall vara sju?

Kombinationer och blandade problem

7. En kortlek (52 kort) är uppdelad i två buntar med 20 resp. 32 kort. På hur många sätt kan slutresultatet se ut när de två buntarna skjuts in i varandra?
8. Hur många femsiffriga tal med idel olika siffror finns det där siffran 1 förekommer, direkt följd av 2 ?
9. På hur många sätt kan man ställa tolv personer i rad så att personerna A,B,C och D alltid har samma inbördes ordning?
10. På hur många sätt kan man välja sex varma korvar om det finns tre olika sorter?
11. En brevbärare har femton brev, adresserade till femton olika adressater. På hur många sätt kan han lämna breven så att exakt tre av dem kommer fel?
12. På hur många sätt kan man ta fem kort ur en kortlek så att man får exakt två par?
13. På hur många sätt kan man fylla en låda med tolv äpplen om man har fem olika sorter och vill ha minst ett av varje sort?

14. På hur många sätt kan man välja ut fyra kort ur en kortlek så att man inte ens får ett par?

Binomialsatsen

15. Finns i utvecklingen av $\left(\frac{x^2}{2} + \frac{32}{x^8}\right)^{30}$ någon konstant term? Bestäm den i så fall.

16. Visa med kombinatoriskt resonemang:

$$\binom{3n}{3} = 3 \cdot \binom{n}{3} + 6n \cdot \binom{n}{2} + n^3.$$

17. Bevisa att

$$\sum_{k=0}^{\infty} \binom{n}{k} 2^k = 3^n, \quad n \geq 0.$$

18. Förenkla uttrycket

$$\sum_{k=0}^{\infty} 3^k \binom{n}{k}.$$

20. Visa att

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{k+1} \Leftrightarrow n = 2k + 1.$$

Gunnar