

1. Hur många olika bilregistreringsnummer finns det? (Består av 3 bokstäver från alfabetet (utom I, Q, V, Å, Ä, Ö) följt av 3 siffror.)
2. Klipp ordet LOGIK i bitar så att det står en bokstav på varje bit.
 - a) Hur många "ord" med 5 bokstäver kan man sätta ihop av bitarna?
 - b) Hur många "ord" med 3 bokstäver kan man sätta ihop?
 - c) Hur många "ord" kan man sätta ihop totalt (med godtyckligt antal bokstäver mellan 1 och 5)?
3. Klipp ordet MATTE i bitar så att det står en bokstav på varje bit.
 - a) Hur många (olika) "ord" med 5 bokstäver kan man sätta ihop av bitarna?
 - b) Hur många (olika) "ord" med 3 bokstäver kan man sätta ihop?
4. I en turnering deltar 10 lag. Varje lag ska möta varje annat lag i två matcher. Hur många matcher skall spelas?
5. Hur många heltal x finns det så att $1000 < x \leq 100\,000$ och den största siffran i x är ≤ 6 ?
6. På ett barnkalas ska 8 pojkar och 8 flickor placeras kring ett runt bord så att varje pojke sitter mellan två flickor och varje flicka mellan två pojkar. På hur många (inbördes olika) placeringar finns det?
7. Visa att en mängd med n element har 2^n delmängder.
8. I en grupp om 14 personer ska väljas en kommitté med 5 medlemmar. Personerna A och B kan tänka sig att vara med i kommittén bara om båda är med. På hur många sätt kan kommittén väljas?
9. Visa att $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$.
10. Finn den konstanta termen i utvecklingen av $(\frac{1}{x^3} - 2x^2)^{10}$.
11. Hur många av heltalen mellan 1000 och 9999 innehåller exakt två ettor?
12. Hur många olika "ord" med 5 bokstäver kan man skriva med bokstäverna i ordet BILBANA ?

13. Bevisa, både algebraiskt och kombinatoriskt, att

$$\binom{2n}{2} = 2\binom{n}{2} + n^2.$$

Ledning: På hur många sätt kan man välja en delmängd med 2 element från en mängd med $2n$ element?

14. Beräkna koefficienten för x^2y^3 i utvecklingen av $(1 + x + 2y)^{10}$.
15. På hur många sätt kan 8 identiska föremål läggas i 3 tomma lådor så att ingen låda blir tom?

SVAR:

1. $23^3 \cdot 10^3$.
2. a) $5! = 120$. b) $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$. c) 325. (Falluppdelning)
3. a) $5!/2! = 60$. b) $9 + 24 = 33$. (Fall 1: Exakt två T. Fall 2: Högst ett T.)
4. 90.
5. $48 \cdot 7^3$.
6. $8! \cdot 7!$.
8. $220 + 792 = 1012$. (Fall 1: Med A och B. Fall 2: Utan A och utan B.)
9. Ledn: $\binom{n}{k}$ är antalet delmängder med k element.
10. 13 440.
11. $243 + 216 = 459$. (Tal som börjar med 1 plus tal som inte börjar på 1.)
12. 690. (2A och 2B, 2A och högst ett B, 2B och högst ett A, högst ett A och högst ett B.)
13. Algebraiskt: Båda sidor kan förenklas till $2n^2 - n$.
14. 20 160.
15. 21.