Informations och kodningsteori VT 04.
Inlämningsuppgift nr 4

• 1. Låt $\mathcal{A}$ och $\mathcal{B}$ vara källor med alfabeten $A = \{a_1, a_2, a_3\}$ och $B = \{b_1, b_2, b_3\}$, respektive. Låt Γ vara en kanal från $\mathcal{A}$ till $\mathcal{B}$ med kanalmatris

$$\begin{pmatrix} 0.7 & 0.2 & 0.1 \\ 0.3 & 0.4 & 0.3 \\ 0 & 0.45 & 0.55 \end{pmatrix}$$

Låt a_1, a_2, a_3 ha sannolikheterna $0.6, 0.2, 0.2$. Bestäm ideala observatörsregeln $\Delta : B \to A$ och dess felsannolikhet och maximala felsannolikhet.

• 2. I situationen i föregående problem, bestäm maximala sannolikhetsregeln $\Delta : B \to A$ och dess felsannolikhet och maximala felsannolikhet.

• 3. Hammingkoden $\mathcal{H}_7$ består av 16 kodord i $\{0,1\}^7$ och har egenskapen att Hammingavståndet mellan alla kodord $w_1 \neq w_2$ är $\geqq 3$. Visa att $\mathcal{H}_7$ tillsammans med en lämplig beslutsregel utgör en $(16, 7, 0.15)$-kod för den binära symmetriska kanalen med kanalmatris $\begin{pmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.1 & 0.9 \end{pmatrix}$.

• 4. Låt Γ vara en binär symmetrisk kanal med kanalmatrix $\begin{pmatrix} P & 1-P \\ 1-P & P \end{pmatrix}$ (där $0 \leqq P \leqq 1$), och inkälla $\mathcal{A}$ med sannolikheter $p, 1-p$ för något $0 \leqq p \leqq 1$, och utkälla $\mathcal{B}$. Bevisa (noggrant!) att $H(\mathcal{B}) \geqq H(\mathcal{A})$. Ge också ett nödvändigt och tillräckligt kriterium för när likhet gäller.

Inlämnas senast: 6 maj, före lektionen.