

Informations och kodningsteori VT 04.
Inlämningsuppgift nr 5

- 1. Låt $F = \mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$ och låt $\mathcal{C} \subset F^7$ vara koden med generatormatrix

$$G = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 0 & 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 4 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$
 Vilken dimension har \mathcal{C} och hur många kodord finns det i denna kod? Ange en paritets-check-matrix till \mathcal{C} . Ange även en generatormatrix i *systematisk form* till någon kod som är ekvivalent med \mathcal{C} .
- 2. Låt F vara en kropp och låt $\mathcal{C} \subset F^n$ vara en godtycklig kod. Den *utvidgade* koden $\overline{\mathcal{C}} \subset F^{n+1}$ definieras genom att man lägger till en extra siffra $u_{n+1} \in F$ till varje kodord $\mathbf{u} = u_1 \dots u_n \in \mathcal{C}$, och denna siffra väljs så att $u_1 + \dots + u_{n+1} = 0$. Visa att om $F = \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ och om \mathcal{C} har minimalavstånd d , så har $\overline{\mathcal{C}}$ minimalavstånd $d + r$, där $r = 1$ om d är udda, och $r = 0$ om d är jämn. Visa också med ett exempel att denna formel *ej* alltid gäller om F är någon annan kropp än $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$.
- 3. Betrakta den ternära Hammingkoden med ordlängd $n = \frac{1}{2}(3^c - 1)$ för något $c \geq 2$. Bestäm felsannolikheten då denna kod sänds genom den ternära symmetriska kanalen med kanalmatrix

$$\begin{pmatrix} 0.8 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.8 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.8 \end{pmatrix}$$
 och beslutsregeln är närmaste-granne-regeln. Ange också en möjlig generatormatrix för denna kod då $c = 2$.
- 4. Visa att om Γ och Γ' är kanaler med kapaciteterna C respektive C' , så har produktkanalen $\Gamma \times \Gamma'$ kapacitet $C + C'$.

Inlämnas senast: 11 maj, på föreläsningen eller i mitt postfack, tredje våningen hus 3 på Polacksbacken.