

Lars Hörmander — några minnen

Anförande på minnesdagen i Lund 2013-02-02 11:00—11:30

Christer Kiselman

Kära Viveka; kära Sofia; kära Nils och andra organisatörer av detta möte; kära kolleger och vänner!

Jag är tacksam för inbjudan, och skall försöka bidra med några minnen och intryck från min tid med Lars: det handlar om femtio år.

1. Installation

Första gången jag blev uppmärksam på Lars var efter hans installation den 6 oktober 1957. Han hade blivit utnämnd till professor vid Stockholms högskola från den 1 januari 1957, ännu inte 26 år gammal.

Studentkårens tidning *Gaudeamus* publicerade ett reportage med rubriken ”26-årig matematikmaskin högtidligt installerad” (1957). Jag hade då just börjat på Stockholms högskola. Jag sparade ett tidningsurklipp. Texten under ett foto av Lars och Viveka lyder: ”Sveriges yngste professor, matematikgeniet Lars Hörmander ler hult mot sin ljuva maka under den högtidliga installationsakten i Blå Hallen.”

2. Mina studier på Stockholms högskola

En av mina första lärare på Stockholms högskola var Benny Brodda; han ledde pro-seminariet jag gick på. Något senare hade jag Vidar Thomée, Göran Björck, Stephan Schwarz och Lars Nystedt som lärare på olika kurser eller räkneövningar. Alla var elever till Lars Hörmander: Benny och Stephan lissade i matematik och gick sedan framgångsrikt över till andra områden, Vidar och Göran — här närvarande — doktorerade 1959 respektive 1966, och Lars Nystedt disputerade 1973, då Lars Hörmander lämnat Stockholm, men tackar Hörmander i inledningen av sin doktorsavhandling för att ha föreslagit problemet och givit ”invaluable guidance”.

Jag tenderade ett betyg i december 1957 för Otto Frostman (1907–1977), två betyg i maj 1958 och fyra betyg i maj 1959 för Olof Hanner. Under dessa studier hade jag ingen kontakt med Lars.

Efter militärtjänst i Flygvapnet och meteorologistudier för bl.a. Bo Döös (1922–2010), Bert Bolin (1925–2007), Christer Morales (1919–2002), Artturi Similä (1911–1980), Sture Wickerts (1925–1999), Georg Witt och Leo Rannaleet, började jag läsa

fysik hösten 1960 — det var nämligen fysik jag hade siktat på när jag tog studenten. Jag hade dittills bara läst ganska teoretiska ämnen. Men att börja om som nybörjare när man klarat av fyra betyg i matematik kändes inte tillräckligt avancerat, och jag gav snart upp, vilket kändes som en befrielse.

Den 17 oktober 1960 talade jag med Olle Hanner om att fortsätta med matematik, i första hand med en licentiatexamen. Då nämnde jag att jag önskade ha Lars Hörmander som handledare. Olle blev inte förvånad; han konstaterade bara att ryktet om Lars Hörmander spritts effektivt.

3. Stockholms universitet

Det Matematiska institutet vid Stockholms högskola blev den Matematiska institutionen vid Stockholms universitet vid halvårsskiftet 1960. Professorerna Frostman och Hörmander liksom laboratorn Hanner fick nya, statliga, förordnanden gällande från den första juli 1960. Men det märktes inte mycket för oss som var studenter.

Jag var amanuens, assistent och biträdande lärare under åren 1961–1965. Under Lars' tid i Stockholm låg institutionen på Kungstensgatan 45, nära Observatorielunden. Varje måndag–fredag klockan 15:00 serverades te och bullar. Det var oftast kanslibiträdet Anita Ahlbert, av vissa kallad fru Ahlbert, av andra Anita, som ordnade det. En klocka klämtade och kallade alla till träffen. Sådana möten var mycket viktiga för gemenskapen — de kunde fungera när institutionen inte var alltför stor. Lars var alltid med om han inte var utomlands. Diskussionerna rörde ofta matematik.

Lars var alltid tillgänglig för konsultationer. Man knackade på hans dörr; han kunde svara på allt — genast. Jag hade aldrig svårt att tala matematik med honom. Han satt oftast och skrev på artiklar eller på sin bok, den som kom 1963. Det knattrade. Han skrev också föreläsninganteckningar, som stencilerades. Jag har många sådana, både från Stockholm och Lund.

När jag lämnat hans rum återupptog han sitt knattrande efter noll sekunder. (Själv skulle jag ha behövt åtminstone några sekunder för att hitta stället där jag skulle fortsätta.)

4. Generaliserade funktioner

4.1. Generaliserade funktioner 1961–1962

Under hösten 1961 hittade jag på ett rum, kallat \mathscr{W} , av testfunktioner och dess dual \mathscr{W}' av generaliserade funktioner, som var allmännare än Schwartz' distributioner. Symmetrin under Fouriertransformationen var densamma som för Schwartz' rum \mathscr{S} av snabbt avtagande funktioner och rummet \mathscr{S}' av tempererade distributioner — det var i själva verket den symmetrin som hade väglett mig — utöver just detta att jag ville utvidga distributionsbegreppet.

Jag har kvar anteckningar daterade 1962-01-11 med definitioner och satser om faltning och Fouriertransformationen för \mathscr{W} och \mathscr{W}' , en ganska fullständig teori.

Det var nog mitt första seriösa bidrag till analysen. Jag berättade om dessa resultat för Lars. Han sade då att detta redan var gjort, nämligen av Gel'fand & Šilov (1953, 1955). Jag godtog utan vidare Lars' uttalande. Därför lade jag undan dessa anteckningar och försökte aldrig publicera dem.

När jag betydligt senare kollade artikeln av Gel'fand och Šilov, såg jag att de inte alls hade gjort det jag gjort. De studerade flera olika rum av testfunktioner och funktionaler på dessa rum, men inte just det rum som jag studerat. Det Lars sade var alltså inte sant – fast han hade förstås rätt i den svagare meningen att Gel'fand och Šilov generaliserat distributionerna.

Men ännu märkligare än denna missvisande referens är något som han inte berättade.

4.2. Generaliserade funktioner 1997–1998

Den förklaring som i dag förefaller mig troligast till att Lars svarade som han gjorde är att han själv hade publicerat en not i *Comptes Rendus* (1955) som innehöll en definition av en generaliserad Legendretransformation och en sats om hur Laplace-transformationen avbildar en klass \mathcal{S}_u , av funktioner på den klass $\mathcal{S}_{u'}$ som är associerad till transformen u' av u . Här är u och u' konvex-konkava funktioner. Satsen nämns utan bevis.

Om man har symmetri, alltså $u' = u$, så får man som specialfall Schwartz' rum \mathcal{S} och mitt rum \mathcal{W} . Utan symmetri får man bland bl.a. Gel'fand och Šilovs satser. Notens innehåller inget om faltning, vilket mina anteckningar gjorde.

Med de kunskaper jag har nu vill jag säga att Legendretransformationen (eller Fencheltransformationen) är en tropikaliserings av Laplacetransformationen. Så ett nära samband är väntat. Mikael Passare (1959–2011), Lars' matematiska sonson, arbetade mycket med tropikaliserings, och jag har lärt mig om denna transformation av honom – den har nu blivit mycket aktuell.

Denna not nämnde han egendomligt inte alls för mig 1961–1962. I ett brev 1997-06-09 beskriver han orsaken till detta förhållande. Det var först i vår brevväxling 1997 som han tog upp noten.

Med anledning av ett manuskript som senare skulle resultera i Lars' publikation (1998) brevväxlade vi om generaliserade funktioner 1997. Jag skrev till honom den 6 juni 1997, tackade honom för manuskriptet, och nämnde mina resultat om generaliserade funktioner.

Lars skriver i sitt svar nästa dag: ”Jag hade glömt att Du gjorde sådana saker 1961–62 och alltså också glömt att jag motsatte mig publicering!”

4.3. Generaliserade funktioner: en tillbakablick

Händelsen visar på den skolning jag fick. Jag tog det då, och tar det nu, som en lektion i livets skola.

5. Partiella differentialekvationer och flera komplexa variabler

Lars föreläste om partiella differentialekvationer hösten 1961 och våren 1962. På den första föreläsningen, den 23 oktober 1961, var det 28 närvarande. Jag följde dessa föreläsningar och lärde mig mycket. De förebådade den bok som kom ut hos Springer 1963 – förordet är daterat mars 1963. Vi elever fick läsa manus och komma med kommentarer.

Hösten 1962 och våren 1963 höll Lars en föreläsningsserie om analys i flera komplexa variabler. Så påbörjade han sitt arbete med den bok som han sedan publicerade hos Van Nostrand 1966 och som nu är en av de mest citerade på området. Jag följde hela denna serie, gjorde noggranna anteckningar och lärde mig mycket. Det var en stor upplevelse att vara med om födelsen av denna bok och hur den växte fram. Föreläsningarnas organisation och struktur var precis de som sedan blev bokens.

Tidigare hade jag förstås läst om analytiska funktioner av en variabel, och något litet om flera variabler, men där byggde teorin på potensserier och Cauchys integralformel. Nu betraktades holomorfa funktioner i stället som lösningar till differentialekvationer, och detta gav rika konstruktionsmetoder och möjliggjorde även generaliseringar. Nya perspektiv öppnade sig.

Dessa kunskaper ledde till att jag senare kunde börja arbeta med komplex analys.

Under hösten 1963 höll Lars en serie seminarier om konvexa och subharmoniska funktioner – mer än 30 år senare, 1994, kom hans bok *Notions of convexity*, som tar upp just dessa ämnen med en enhetlig behandling av konvexa, subharmoniska och plurisubharmoniska funktioner.

Han höll ett seminarium den 17 september om likafördelning modulo 1.

Viktigast blev de tre seminarier om L^2 -metoder för $\bar{\partial}$ -operatorn som han höll den 8, 15 och 22 oktober. (Jag var med på alla dessa seminarier, även den 8, då min fru Astrid Kiselman var på väg att föda vårt första barn, som sedan föddes den 9 oktober klockan 09:35.) Resultaten kom sedan ut i *Acta Mathematica* 1965, i en banbrytande uppsats.

I maj 1965 var Lars på återbesök i Stockholm, och han höll då fyra dubbelföreläsningar om pseudodifferentialoperatorer, ett område som då var ganska nytt. Då berättade han för mig att Viveka och han väntade barn, ett barn som sedan föddes 1965-08-13 och som sitter här nu: Sofia Broström.

6. Lic-problemet 1961–2005

6.1. Lic-problemet 1961–1964

I slutet av december 1961 fick jag av Lars ett problem att behandla för en licentiatavhandling. Det var formulerat i analogi med Bernard Malgranges stora arbete i *Annales de l'Institut Fourier* (1956). Där Bernard hade behandlat approximation med exponentiallösningar till ekvationer med konstanta koefficienter, skulle jag i

stället behandla lösningar till ett randvärdesproblem, d.v.s. lösningar i ett öppet område Ω i \mathbf{R}^n till ekvationerna:

$$\begin{aligned} P(D)u &= f \text{ i } \Omega, \\ Q_j(D)u &= g_j \text{ i hyperplanet } \{x \in \Omega; x_n = 0\}. \end{aligned}$$

Här är $P(D)$ och $Q_j(D)$ partiella differentialoperatorer med konstanta koefficienter, f och g_j givna funktioner och u den sökta lösningen. Lösningarna till detta problem bildar alltså ett delrum till rummet av alla lösningar till den första ekvationen.

För approximation med exponentiallösningar av glatta lösningar till det homogena problemet räcker det enligt Hahn–Banachs sats att visa att varje distribution $\mu \in \mathcal{E}'(\Omega)$ som annullerar exponentiallösningarna kan skrivas $\mu = P(-D)\nu + \rho$ för några $\nu, \rho \in \mathcal{E}'(\Omega)$, där ρ har stöd i planet $x_n = 0$ och är sådan att den ger noll när man låter den verka på glatta lösningar med noll som begynnelsevärden. Fouriertransformationen förvandlar detta till en divisionsalgoritm $F = PG + H$ för hela funktioner, förutsatt att uppskattningar kan göras som visar att kvoten G och resten H faktiskt är Fouriertransformer av distributioner med stöd i Ω . (I Bernards fall är resten H lika med noll, och tillväxten hos kvoten $G = F/P$ är ungefär densamma som för F , vilket visar att G är Fouriertransformen av en distribution.) Jag kunde bevisa att divisionsalgoritmen gav distributioner för hyperboliska operatorer $P(D)$, och det blev ett kapitel i min licentiatavhandling.¹

För icke-hyperboliska operatorer ger algoritmen inte distributioner: kvoten G och resten H är i allmänhet inte Fouriertransformer av distributioner, så beviset kan inte avslutas på samma sätt. Men de är i alla fall hela funktioner av exponentialtyp, vilket innebär att de är transformer av analytiska funktioner. Därför gick beviset igenom som förväntat i ett komplext område, och gav de önskade existens- och approximationssatserna för holomorfa lösningar i vissa konvexa områden i \mathbf{C}^n , och likaså en karakterisering av de konvexa öppna mängder där sådana satser gäller. Endast denna komplexa del av avhandlingen publicerades senare i den artikel i *Arkiv* som följde; resultaten för hyperboliska operatorer i reella områden publicerades aldrig. Förmodligen gjorde jag så för att de inte handlade om alla operatorer; att ge resultat för alla operatorer såg jag som något önskvärt.

Jag höll föredrag om mina resultat på ”Högre matematiska seminariet” 1963-11-12 klockan 19:30 (på den tiden låg seminarierna på kvällstid, kanske mest för att Heinz Jacobinski, som var läroverkslektor, skulle kunna vara med), lade fram avhandlingen i februari 1964 och fick sedan ut min licentiatexamen vid en sluttentamen den 21 mars. Denna var ungefär det sista Lars gjorde i Stockholm innan han reste till Stanford den 25 mars och senare därifrån till Princeton.

6.2. Lic-problemet 2000–2005

Fallet med icke-hyperboliska operatorer i det reella fallet är ännu inte avslutat.

Vid konferensen *Nordan 4* i Örnsköldsvik år 2000 tog Lars upp denna fråga i det reella området igen. Han presenterade under ett föredrag den 6 maj ett nödvändigt

¹Detta stycke nämndes endast kortfattat under anförandet.

och tillräckligt villkor på polynomen P och Q_j för att en distribution skall vara ortogonal mot alla exponentiallösningar till begynnelsevärdesproblemet; se Hörmander (2005). Egentligen består villkoret bara av en beskrivning av när divisionsalgoritmen i min lic-avhandling fungerar, men Mikael Passare ville inte uttrycka saken så tydligt i sin skrift (2009:10).

Lars nämner där ett approximationsproblem för hela funktioner — i det allmänna fallet olöst — och han avslutar med: ”Approximationsproblem av detta slag har otvivelaktigt mycket större intresse än det approximationsproblem för randvärdesproblem som leder till dem.” (Hörmander 2005:9).

7. Princeton

Jag blev i ett brev från Robert Oppenheimer 1965-02-15 inbjuden att vara *Member* under läsåret 1965/66 vid Institute for Advanced Study i Princeton, NJ. Lars var då där, och det var förstas han som ordnat allt för mig.

Det blev ett ytterst värdefullt år på alla sätt, både matematiskt, personligt och kulturellt. Jag var där med Astrid och vår son Dan, som fyllde två år under hösten. Vi kom dit tidigt, redan någon av de första dagarna i juli innan terminen börjat, och medan Lars och Viveka var i Sverige. Vi fick bo i deras hus (som Vidar redan visat en bild av) under sommaren — ett fantastiskt erbjudande. Som en ringa motprestation tog vi hand om deras hund Shilly-Shally (som Vidar förutseende nog redan visat en bild av).

Lars höll en föreläsningsserie på institutet med titeln ”Pseudo-differential operators and boundary problems” med början 1966-01-13 och tolfte och sista gången 1966-03-31. Det utgjorde en vidareutveckling av de föreläsningar han hållit i Stockholm i maj 1965.

Vidare höll Lars ett seminarium inom ramen för *The Current Literature Seminar*, 1966-02-02 16:40, för exakt 47 år sedan, om ”The Lefschetz fixed point formula for elliptic complexes”.

Själv talade jag 1965-12-06 15:00–16:00 på *Members’ Seminar in Mathematics* under titeln ”On the localization of analytic functionals”.

Arne Beurling (1905–1986) var också i Princeton, och han och hans hustru Karin Beurling bjöd in oss till sitt hem under sommaren 1965. Men det blev tyvärr den enda gången som jag träffade Arne Beurling där: han blev strax efteråt sjuk och var inte på institutet under hela den tid jag var i Princeton. (Jag träffade honom senare i Uppsala och på Institut Mittag-Leffler.)

Jag kunde däremot ha ständig kontakt med Lars och skrev under året på en uppsats om tillväxt hos hela funktioner och om analytiska funktionaler. En annan värdefull kontakt var Miguel Herrera (1938–1984), som jag studerade residyteori med.

8. Disputation

I Princeton hade jag skrivit färdigt min tredje uppsats, och på mina tre artiklar kunde jag disputeras för doktorsgraden vid Stockholms universitet den 3 december 1966. Fakultetsopponent var Nils Nilsson från Lund. (Fördelen jämfört med den senare införda doktorsexamen var att jag kunde bli oavlönad docent strax efteråt.)

Medan min lic-avhandling, som utgjorde första delen av doktorsavhandlingen, kommit till genom Lars' explicita formulering av ett forskningsproblem, var de två andra uppsatserna mera indirekt inspirerade av sådant som jag lärt mig av honom, och jag leddes till problemen i dem av det faktum att divisionsalgoritmen inte fungerade för alla operatorer i det reella. Inte heller har jag författat något pek tillsammans med honom, vilket till exempel Jan Boman och Ragnar Sigurðsson gjort — Jan har en (1999) och Ragnar två publikationer (1989, 1998) gemensamma med Lars. Därför känner jag inte till Lars' forsknings- och författarmetoder lika väl som Jan och Ragnar gör.

9. Opponent i Lund

Vid tre tillfällen har jag varit opponent i Lund; vid två av dessa för elever till Lars.

Första gången var när Jan Persson, autodidakt, född omkring 1928, död 1996, disputerade här 1967-03-18. Det var enda gången jag träffade Marcel Riesz (1886–1969). Två år senare, 1969-06-16, yttrade jag mig över Jan Perssons ansökan att bli oavlönad docent vid Göteborgs universitet.

Nästa gång var när Arne Enqvist disputerade 1974-05-27.

Det tredje tillfället var när Ragnar Sigurðsson — här närvarande — disputerade 1984-10-20. Jag refererade Ragnars resultat på seminariet i Uppsala den första och den 15 oktober 1984. Ragnar kom sedan till Uppsala och talade själv på detta seminarium litet senare, den 19 november.

Ragnar blev senare oavlönad docent i Umeå och jag var vid det tillfället sakkunnig (yttrande 1998-09-23).

Jag vill även nämna att jag var ledamot i betygsnämnden när Erik Andersén disputerade här i Lund 1995-01-27. Anders Melin — här närvarande — hade varit hans handledare.

10. Två satser

Jag studerade analytisk fortsättning av fundamentallösningar till partiella differentialeoperatorer med konstanta koefficienter, och talade om ämnet på Banach Center i Warszawa 1990-11-28. Det var tänkt som ett alternativ till Lars' konstruktioner av fundamentallösningar, som finns i hans böcker (1963: Theorem 3.1.1 och 1983: Theorem 7.3.10), där han flyttar integrationsvägen från det reella ut i det komplexa, medan jag behöll integration i det reella och ville undersöka analytiska fortsättningar av fundamentallösningarna. Lars verkade ointresserad av detta synsätt, så jag lade det åt sidan.

Mikael Passare och Ragnar Sigurðsson uppmuntrade mig. Jag tog så upp det igen och kunde få det publicerat i Toulouse (2011).

Det finns en konflikt mellan å ena sidan fundamentallösningarnas lokala regularitet och deras tillväxt i oändligheten: det finns alltid en tempererad fundamentalösning, men den har inte alltid bästa regularitet, och en fundamentallösning med bästa regularitet kan växa för fort för att vara tempererad.

Lars och Arne kunde hjälpa mig med det senaste om regularitet hos fundamentallösningar – även om detta inte var huvudtemat i min artikel – och Lars bevisade två satser, som jag med hans tillstånd tog in i min uppsats (2011:156). Den första satsen skickade han till mig 2010-11-08; den andra, som var starkare, 2010-12-31. Dessa resultat är utomordentliga komplement till dem som tidigare var kända från Lars' bok och Arnes uppsatser. Lars skrev om den första satsen: "Det här borde kanske ha varit med i min bok men det är för sent nu." (Lars Hörmander, brev 2010-11-04).

Vid den europeiska kongressen i Kraków i juli 2012 talade jag med Nils Dencker och föreslog att han skulle hjälpa Lars att få satserna publicerade med bevis. Men Nils svarade senare att Lars var alltför svag och inte borde störas. Vi får nu hoppas att bevisen kommer ut postumt.

11. Till slut

Det finns bara ett sätt att avsluta detta anförande:

Ingen människa har varit så viktig för min intellektuella och vetenskapliga utveckling som Lars.

Referenser

- Boman, Jan; Hörmander, Lars (1999). A Paley-Wiener theorem for the analytic wave front set. *Asian J. Math.* **3**, no. 4, 757–769.
- Gaudeamus* (1957), nummer 7, 1957-10-19.
- Gel'fand, I. M.; Šilov, G. E. (1953). Fourier transforms of rapidly increasing functions and questions of uniqueness of the solution of Cauchy's problem [på ryska]. *Uspehi Matem. Nauk (N.S.)* **8**, no. 6(58), 3–54.
- Gel'fand, I. M.; Šilov, G. E. (1957). Fourier transforms of rapidly increasing functions and questions of the uniqueness of the solution of Cauchy's problem. *Amer. Math. Soc. Transl. (2)* **5**, 221–274. (Översättning av (1953).)
- Hörmander, Lars (1955). La transformation de Legendre et le théorème de Paley-Wiener. *C. R. Acad. Sci. Paris* **240**, 392–395.
- Hörmander, Lars (1963). *Linear partial differential operators*. Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, 116. Berlin et al.: Springer-Verlag, vii + 287 pp.
- Hörmander, Lars (1966). *An introduction to complex analysis in several variables*. Princeton, NJ, et al.: D. Van Nostrand Co., Inc. x + 208 ss.
- Hörmander, Lars (1983). *The analysis of linear partial differential operators. I. Distribution theory and Fourier analysis*. Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, 256. Berlin: Springer-Verlag. ix + 391 ss.
- Hörmander, Lars (1994). *Notions of convexity*. Progress in Mathematics, 127. Boston, MA: Birkhäuser. viii + 414 ss.
- Hörmander, Lars (1998). On the Legendre and Laplace transformations. *Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa Cl. Sci. (4)* **25** (1997), no. 3-4, 517–568.
- Hörmander, Lars (2005). Approximation av lösningar till randvärdesproblem samt av hela funktioner. **I**: [Passare, Mikael (Red.)]. *Nordan Fyra*, ss. 8–9. Resuméer från Nordan 4, som hållits i Örnsköldsvik 2000-05-05—07, 18 pp. [Stockholm: Stockholms universitet 2005.]
- Hörmander, Lars; Sigurdsson, Ragnar (1989). Limit sets of plurisubharmonic functions. *Math. Scand.* **65**, no. 2, 308–320.
- Hörmander, Lars; Sigurdsson, Ragnar (1998). Growth properties of plurisubharmonic functions related to Fourier-Laplace transforms. *J. Geom. Anal.* **8**, no. 2, 251–311.
- Kiselman, Christer O. (1964). *Existens och approximation av holomorfa lösningar till randproblem i konvexa områden*. Licentiatavhandling framlagd vid Stockholms universitet, godkänd 1964-03-21.
- Kiselman, Christer O. (2011). Analytic continuation of fundamental solutions to differential equations with constant coefficients. *Actes du colloque "Analyse Complexe et Applications" en l'honneur de Nguyen Thanh Van. Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse, Mathématiques*, (6), **20**, Fascicule Spécial, 153–182.
- Malgrange, Bernard (1956). Existence et approximation des solutions des équations aux dérivées partielles et des équations de convolution. *Ann. Inst. Fourier, Grenoble* **6** (1955–1956), 271–355.
- Passare, Mikael (2009). Christer Kiselman's mathematics. **I**: *Complex analysis and digital geometry*, pp. 9–26, Acta Universitatis Upsalensis, Skrifter rörande Uppsala universitet, C. Organisation och Historia, 86, Uppsala: Uppsala universitet.

Några av Lars Hörmanders föreläsningar 1957–1967

<i>Termin</i>	<i>Ämne</i>
1957 HT	Lokalt kompakta grupper, 3 timmar
1958 VT	Seminarier tillsammans med Otto Frostman, varannan tisdag Algebra för 3 och 4 betyg, 2 timmar Räkneövningar för 3 och 4 betyg, 1 timme Seminarier tillsammans med Otto Frostman, varannan tisdag Seminarier: Riemannska ytor, tillsammans med Olof Hanner, 2 timmar
1958 HT	Distributionsteori, 3 timmar Seminarier tillsammans med Otto Frostman, varannan tisdag
1959 VT	Fourieranalys, 3 timmar Partiella differentialekvationer (seminarier), 2 timmar
1959 HT	Integrationsteori, 3 timmar Partiella differentialekvationer (seminarier), 2 timmar
1960 VT	Funktionalanalys, 3 timmar (total 40 timmar) Seminarier varannan tisdag
1960 HT	(I Princeton)
1961 VT	(I Princeton)
1961 HT	Lineära partiella differentialekvationer. Seminarier
1962 VT	Lineära partiella differentialekvationer. Seminarier
1962 HT	Flera komplexa variabler. Seminarier
1963 VT	Flera komplexa variabler. Seminarier
1963 HT	Seminarier om konvexa och subharmoniska funktioner
1963-09	Likafördelning modulo 1 (seminarium den 17 september)
1963-10	L^2 -metoder för $\bar{\partial}$ -operatorn (tre seminarier den 8, 15 och 22 oktober)
1965-05	Pseudodifferentialoperatorer och randvärdesproblem (fyra dubbelföreläsningar i Stockholm den 13, 14, 25 och 26 maj)
1966-01–03	Pseudo-differential operators and boundary problems. Institute for Advanced Study, Princeton, NJ. Tolv föreläsningar 13 januari – 31 mars.
1967-05	Hypoelliptiska operatorer av andra ordningen. Sex dubbelföreläsningar i Lund, varav de fem sista gångerna var den 5, 9, 10, 16, 17 maj

Några händelser i mitt liv som rör Stockholm eller Lund

- 1957-08-27 Inskriften på Stockholms högskola, Matematisk-naturvetenskapliga fakulteten (avdelningen)
- 1958-03-04 Inskriften på Stockholms högskola, Humanistiska fakulteten (avdelningen)
- 1957-12-18 Matematik 1,5 betyg, Otto Frostman
- 1958-05-29 Matematik 2,5 betyg, Olof Hanner
- 1958-05-31 Teoretisk filosofi 2,5 betyg, Stig Kanger
- 1958-06-23 Astronomi 2,5 betyg, Bertil Lindblad
- 1959-05-30 Matematik 4,5 betyg, Olof Hanner
- 1960-06-01 Meteorologi 2,5 betyg, Bert Bolin
- 1964-03-21 Matematik, licentiatexamen, Lars Hörmander
- 1966-12-03 Disputation för filosofie doktorsgrad. Fakultetsopponent Nils Nilsson
- 1966-12-22 Utnämnd till oavlönad docent
- 1967-03-18 Fakultetsopponent vid Jan Perssons disputation för filosofie doktorsgrad i Lund
- 1974-05-27 Fakultetsopponent vid Arne Enqvists disputation i Lund
- 1984-10-20 Fakultetsopponent vid Ragnar Sigurðssons disputation i Lund
- 1995-01-27 Ledamot av betygsnämnden vid Erik Anderséns disputation i Lund