Annales Academiæ Regiæ Scientiarum Upsaliensis **31** (1997), 41–50

Matematiken i kulturen och kulturen i matematiken

Christer Kiselman

Innehåll:

1. Matematiken och dess tillämpningar

Matematik studeras i alla skolor och på alla universitet. Ändå är den ganska okänd och ofta missförstådd. Skolelever – och följaktligen också vuxna, ty skolelever blir vuxna – är inte sällan rädda för den eller hatar den. Var finns källan till detta problem? Ligger den i matematikens eget väsen?

Man har tillämpat matematiken med framgång först i studiet av naturen (astronomi, fysik, senare kemi, meteorologi, biologi) och dessa tillämpningar är alltjämt fruktbara. Det är troligen därför som matematiken ofta betraktas som en av naturvetenskaperna. Men den hör inte dit. Dess tillämpningar inom ekonomisk vetenskap är numera viktiga, och den är ett oumbärligt stöd för varje teknisk vetenskap. Redan på grund av dessa tillämpningar är det omöjligt att inrangera matematiken bland naturvetenskaperna.

Men det finns en annan och principiellt sett viktigare anledning att inte klassa matematiken som naturvetenskap. Dess utveckling på ett ytligt plan drivs fram av behov som erfares inom teknik och andra vetenskaper, men på ett djupare plan i stället av nyfikenhet och handlingslust i släkt med de drivkrafter som är verksamma inom konsten. Och att erkänna detta har stora konsekvenser vad gäller hur man strukturerar utbildningen för olika åldrar, från de yngsta till forskarutbildningen.

För att demonstrera matematikens roll inom naturvetenskap och teknik vill jag nämna några exempel.

Albert Einstein (1879–1955) använde i sin allmänna relativitetsteori Riemann-geometri och tensorkalkyl. Men dessa intellektuella verktyg utvecklades inte för fysiken utan mycket tidigare inom den rena matematiken. De stod helt färdiga när Einstein började använda dem. Bernhard Riemann (1826–1866) införde det som nu kallas Riemannsk differentialgeometri; på en Riemannsk mångfald kan man beräkna avstånd och man har olika krökningsbegrepp. Carl Friedrich Gauß (1777–

Detta är en bearbetad version av artikeln *La kultura signifo de la matematiko*, som publicerats i *Tutmondaj Sciencoj kaj Teknikoj*, nummer 3/4, 1989, s. 44–50, med kinesisk översättning på s. 51–55.

1855) utvecklade en teori för ytor där han skilde på dessas inre och yttre egenskaper, dvs. å ena sidan egenskaper som kan behandlas om man lever inne i ytan och inte vet av något annat, å andra sidan sådana som beror på att man ser ytan som liggande i ett omgivande större rum. Gauß ställdes inför konkreta geodetiska problem om ytors inre geometri genom de trianguleringar av jordytan som började utföras under hans tid. Han var direktor för det astronomiska observatoriet i Göttingen 1807–1855 och utförde själv gradmätningar 1821–1824. Den buktiga geoiden som fundamental yta i geodesin infördes av honom år 1828. Han inspirerades av de geodetiska problemen men gick i sin matematiska teori mycket längre än vad som fordrades för just deras lösning. Med Gregorio Riccis namn (1853–1925) förknippas tensorkalkylen, som tillåter behandling av storheter av de mest skilda slag och beskriver dessas förändringar under koordinatbyten. Marcel Grossman (1878–1936) förklarade något av Gauß' teori för ytor för Einstein; se Grattan-Guinness [1994:1239]. Tensoranalysen blev mycket känd just tack vare att Einstein använde den i sin år 1916 publicerade allmänna relativitetsteori.

Ett annat exempel är teorin för spektraluppdelning av självadjungerade operatorer i Hilbertrum. David Hilbert (1862–1943) publicerade år 1912 en teori för lineära integralekvationer. Denna utsträcktes senare av Torsten Carleman (1892–1949) till ett allmännare fall, kallade singulära integralekvationer. Carleman, vars arbete kom ut 1923, uttryckte inte sina resultat med hjälp av den abstrakta Hilbertrumsteorin utan i termer av en integralekvation. Denna hade en reell och symmetrisk kärna, som kunde vara så pass otrevlig att motsvarande operator inte är kontinuerlig. Det var John von Neumann (1903–1957) som satte in alla dessa resultat i en abstrakt och enhetlig teori. Hans arbete kom 1929. Den reella och symmetriska kärnan motsvarar en självadjungerad operator i den abstrakta teorin. På ett närmast mirakulöst sätt kunde resultaten om spektralupplösning av självadjungerade operatorer utnyttjas som en matematisk modell i kvantmekaniken. Hilberts och Carlemans arbeten hade inte alls den syftningen. De kontinuerliga operatorerna visade sig vara otillräckliga. Viktiga fysikaliska storheter svarar nämligen mot icke-kontinuerliga operatorer i den matematiska modellen. I kvantmekaniken existerar två fundamentala begrepp: tillstånden och de observerbara storheterna. Tillstånden är ekvivalensklasser av vektorer i ett komplext – inte reellt – Hilbertrum, och de observerbara storheterna är självadjungerade operatorer, inte nödvändigvis kontinuerliga, som arbetar på dessa vektorer. Inget i vardagslivet leder oss direkt till komplexa tal, och de trängde sig inte på i några fysikaliska observationer, men de visade sig vara nödvändiga för att man skulle kunna formulera de kvantteoretiska lagarna.

Som ett tredje exempel kan vi ta de matematiska grundvalarna för datorernas funktion. Teorin för beräkningsbara funktioner utvecklades under 1930-talet före de moderna datorerna – och saknade, som det föreföll, tillämpningar. Nutida logikprogrammering bygger på en känd sats av Jacques Herbrand (1908–1931) från det tidiga trettiotalet. Under detta årtionde skapade Alonzo Church (1903–1995) lambdakalkylen, som publicerades år 1941 och kom att bli grunden för de funktionella programspråken, varav LISP från 1960 är ett välkänt exempel. De grundläggande principer enligt vilka datorer fungerar utvecklades på 1940-talet av bland andra John von Neumann. Självkorrigerande koder, som nu används i digital kommunikation över hela världen, grundar sig på Galoisteori, en skapelse av Évariste Galois (1811–

1832). (Den teorin är annars mest känd för att den visar att femtegradsekvationen inte kan lösas medelst rotutdragningar.)

Kan strängteorin bli ett fjärde exempel? Den utnyttjar mycket ny och abstrakt matematik, samtidigt som den inspirerar till utveckling av ännu mer matematik. Den leder till stora förändringar i vår världsbild. Vårt begrepp rumtiden verkar enligt Edward Witten (f. 1951) att få röna ödet att bli blott ett approximativt, härlett begrepp, liksom klassiska begrepp som läge och hastighet hos en partikel redan reducerats till approximativa begrepp inom kvantmekaniken [1996:28]. Det är nog för tidigt att skriva något mer definitivt om matematikens roll i detta fall, eftersom strängteorin nu befinner sig i vad några kallar den andra supersträngrevolutionen (den första inträffade under 1980-talet); Witten [1996:30]. Men man ser ändå att klassiska matematiska begrepp som mångfalder och differentialformer spelar en grundläggande roll, och att den senaste utvecklingen inom matematiska discipliner som topologi och knutteori i hög grad är relevant för det som några med icke fullt utvecklad ödmjukhet kallar *the Theory of Everything*; Taubes [1995].

Låt oss citera Freeman Dyson (f. 1923): En faktor som förblivit konstant genom alla kast och omvälvningar i fysikens historia är det avgörande inflytandet av matematisk fantasi. Varje århundrade har haft sina egna speciella intressen inom naturvetenskapen och sin egen speciella stil inom matematiken. Men i varje sekel då större framsteg gjorts har fysikalisk förståelse vägletts av en kombination av empiriska observationer och rent matematisk intuition. För en fysiker är matematiken inte bara ett verktyg med hjälp av vilket fenomenen kan beräknas: den är den huvudsakliga källan till begrepp och principer med vilka nya teorier kan skapas [1968:249].

Men självklart lyckas matematikerna inte alltid. Enligt Dyson [1972] har det flera gånger hänt att matematikerna missat tillfällen att driva sin vetenskap framåt. Exempelvis erbjöd enligt honom de ekvationer som James Clerk Maxwell (1831–1879) publicerade år 1873 ett mycket intressant arbetsfält, som matematikerna inte uppmärksammade i tillräcklig grad. Om de hade börjat arbeta med de nya problemen skulle de ha haft möjlighet att upptäcka relativitetsteorin flera årtionden innan Einstein gjorde det. Detta djärva påstående grundar sig på att Maxwells ekvationer är invarianta under vissa transformationer, som bildar en grupp, dvs. en mängd bestående av transformationer som kan kombineras och inverteras. En sådan grupp är rent generellt ett viktigt matematiskt objekt. Maxwells ekvationer är invarianta under Lorentzgruppen, medan Newtonmekaniken är invariant under en annan grupp, som kallas Galileigruppen. Lorentzgruppen är matematiskt sett enklare och vackrare än Galileigruppen. Om man hade studerat de matematiska egenskaperna hos dessa grupper, skulle man möjligen kunnat upptäcka den speciella relativitetsteorin. Naturligtvis måste vi vara medvetna om att hela resonemanget förs i konditionalis; man kan ju inte bevisa vad som skulle ha hänt om matematikerna hade gjort något annat än de gjort. Men det som Dyson hävdar visar, fastän det är nedslående, i samma riktning som de tidigare nämnda positiva exemplen: på ett stort förtroende för möjligheterna att i matematiken hitta fysikaliskt sett intressanta teorier.

Eugene Wigner (1902–1995) skrev att matematikens enorma användbarhet är något nästan mystiskt och att det saknas en rationell förklaring för den [1960:2]. Och det är just denna närmast kusliga användbarhet hos matematiken som väcker frågan om våra fysikaliska teoriers entydighet, det vill säga huruvida inte andra – helt olikartade – teorier skulle kunna förklara fenomenen lika väl som de som vi råkar ha till hands.

På grund av denna matematikens självständighet, och med hänvisning till de citerade utsagorna av Wigner och Dyson, kan vi fråga oss: är fysikens teorier blott de som de matematiska teorierna och metoderna möjliggör för en viss forskare i ett visst ögonblick? Och om svaret är ja, varför står dessa matematiska teorier färdiga i ett visst ögonblick? Skulle med en annan matematik också fysiken vara annorlunda? Vilka är följderna av dessa frågor vad gäller matematikernas ansvar? Och vilka är följderna för forskningspolitiken?

2. Orörlighet och rörlighet hos matematiken

Många tror att matematiken är en samling fixa sanningar och oföränderliga lagar. Det är inte så svårt att förstå ursprunget till en sådan tro. Man lär sig att två plus två är fyra, och man kan inte föreställa sig att denna sanning en gång skall kunna förvandlas till en osanning. En sten som vi ser på marken kan vara flera milliarder år gammal, och den kommer kanske att bli damm inom blott några millioner år, men efter den tiden kommer det fortfarande att vara sant att två plus två är fyra. Eller tror ni inte det? Matematiken verkar att vara mycket stabilare än de mest stabila delarna av vår fysiska verklighet. Och även de allmänna kunskaperna förändras mer inom de andra kunskapsfälten. Enligt den teori som Alfred Wegener (1880–1930) lade fram år 1912 förskjuts kontinenterna i förhållande till varandra. När jag gick i skolan fick jag lära mig att hans teori var naiv och osann. Vi skolbarn tyckte i alla fall att Afrika och Sydamerika passade ganska bra i varandra. Numera är det ett allmänt accepterat faktum att dessa kontinenter en gång hängt ihop. Och jag fick lära mig att människan har 48 kromosomer. Nu får barnen lära sig att människan har 46 kromosomer. (Talet 48 uppges bero på en felräkning – som gjordes på ett fotografi där alla nu ser blott 46.) Sålunda förändras mina egna kunskaper om världen. I matematiken lärde jag mig att derivatan av funktionen $x \mapsto x^4$ är $x \mapsto 4x^3$, och hittills har jag inte hört något annat. Dessa fakta ger ett ofrånkomligt intryck av att geovetenskapen utvecklas, att biologin utvecklas, men inte matematiken. Eller är detta intryck verkligen ofrånkomligt?

Jag vill hävda att matematiken, likt en levande varelse, består av orörliga och rörliga delar. Behöver människan stela ben eller mjuka muskler? För att kunna springa behöver människan bådadera. Skelettet ensamt kan inte röra sig, och utan det har musklerna ingenting att spänna mot. Detsamma gäller om varje kunskapsområde. Under det att vissa delar av matematiken framstår som mycket orörliga, är andra delar i snabb utveckling och mycket rörliga. De sedan länge orörliga delarna är de som man undervisar om i skolorna; de rörliga delarna är mycket mindre kända. Således är det ingalunda förvånande om folk vanligen betraktar matematiken mer som skelett än muskler.

Varje år utkommer tiotusentals artiklar om nya forskningsresultat inom matematiken. Massor av nya fakta blir kända, och gamla blir förstådda i ett nytt ljus. I detta avseende liknar matematiken förvisso andra vetenskaper i utveckling. (Jag vill för övrigt gärna tillägga att den inte försenas av de ofta mycket hämmande svårigheterna att göra experiment eller observationer som sinkar andra vetenskaper...)

Men det är inte bara det att matematiken utvecklas: den innehåller också mycket godtycklighet. Liksom den stela matematiken är extremt stabil, så är den rörliga matematiken extremt lättrörlig i sin otämjda godtycklighet. Detta faktum kan vara mycket störande för dem som söker sig till matematiken i längtan efter säkerhet och fasta värden; godtyckligheten gör dem besvikna och kan till och med verka skrämmande.

Ett exempel på denna godtycklighet ger oss historien om parallellaxiomet. Enligt detta axiom, som ställdes upp av Euklides (c:a 303 – c:a 275 f.K.), går det genom en given punkt exakt en rät linje som är parallell med en given rät linje. Kan man bevisa detta axiom utgående från de övriga? Denna fråga sysselsatte matematiker under två årtusenden. Till slut bevisade tre matematiker under artonhundratalet att detta inte går. Det var János Bolyai (1802–1860), Nikolaj Ivanovitj Lobatjevskij (född 1792 eller 1793, död 1856) och Gauß. Och de gjorde detta genom att konstruera geometrier där det genom den givna punkten går antingen ingen eller fler än en rät linje. Och dessa nya geometrier är lika giltiga, lika sanna, som Euklides' egen. Genom existensen av de nya geometrierna, i vilka alla andra axiom gäller, förstår man att Euklides' parallellaxiom inte går att bevisa från de andra. Ty i så fall skulle parallellaxiomet gälla också i de nya geometrierna. Elementärt! Varför krävde lösningen av detta problem tvåtusen år? En sådan fråga kan ju knappast besvaras, men en möjlig orsak är att det var mycket chockerande att acceptera godtyckligheten hos axiomen, dessa som man brukar säga ”självklara” utgångspunkter för vår tanke. En sådan förklaring stöds av det faktum att Gauß inte publicerade det han funnit – trots att han var mycket respekterad och ingalunda skulle ha riskerat sin karriär genom att göra det.

Möjligen ännu mer drastiskt vad gäller villkoren för vår tankeförmåga är ett annat exempel på godtycklighet: kontinuumhypotesens oberoende. Denna hypotes säger att varje oändlig delmängd av kroppen $\mathbf{R}$ av reella tal (den kallas i detta sammanhang *kontinuum*) antingen har lika många element som de naturliga talen $\mathbf{N}$ eller som hela kontinuet $\mathbf{R}$. För att uttrycka detta med matematiska symboler skall vi beteckna antalet element i en mängd A med $\mathsf{kard}\, A$; man säger att $\mathsf{kard}\, A$ är *kardinaltalet* hos A. Det är ett antal, ändligt eller oändligt. (Som exempel kan nämnas att primtalen har samma kardinaltal eller kardinalitet som $\mathbf{N}$, liksom de rationella talen, medan de positiva talen har samma kardinalitet som hela kontinuet.) Kontinuumhypotesen säger att det inte kan inträffa att $\mathsf{kard}\, \mathbf{N} < \mathsf{kard}\, A < \mathsf{kard}\, \mathbf{R}$. Att bevisa detta var det första av tjugotre problem som ställdes upp av Hilbert i Paris år 1900 som ”matematikens framtida problem”. Och att detta förmodande skulle vara sant betraktade han som mycket troligt [1902:70].

För Hilbert, liksom troligen för varje matematiker av hans generation, var det så att det antingen finns en delmängd A av $\mathbf{R}$ sådan att $\mathsf{kard}\, \mathbf{N} < \mathsf{kard}\, A < \mathsf{kard}\, \mathbf{R}$, eller så finns det inte någon sådan mängd; forskningen skulle uppdaga för oss vilket alternativ som gäller. Men det visade sig senare att kontinuumhypotesen är oberoende av de övriga axiomen: enligt Kurt Gödel (1906–1978) kan man lägga till den till de övriga axiomen för mängdteorin utan att därigenom skapa (nya) motsägelser, och enligt Paul Cohen (f. 1934) kan man göra detsamma med hypotesens negation. Detta innebär att en mängdteori där det existerar en mängd A med $\mathsf{kard}\, \mathbf{N} < \mathsf{kard}\, A < \mathsf{kard}\, \mathbf{R}$ är lika giltig, lika sann, som en mängdteori där kontinuumhypotesen gäller.

Sammanfattningsvis kan vi säga att matematiken inte hjälper oss att veta huruvida det i den verkliga världen inte finns någon eller en eller flera räta linjer som går genom en given punkt och är parallella med en given rät linje; likaså hjälper oss inte matematiken att avgöra huruvida det finns eller inte finns vissa oändliga mängder. I detta uppenbaras matematikens godtycklighet, och den lämnar oss i sticket. Men samtidigt, och paradoxalt nog, bör vi komma ihåg att den är den huvudsakliga eller till och med enda källan för begrepp och principer inom naturvetenskaperna, och det enda språket på vilket dessa kan uttrycka sina härledningar och resultat.

3. Matematiken som subkultur och kulturelement

Eftersom matematikens roll, som vi just sett, är så paradoxal i relation till andra vetenskaper, är det tillåtet, kanske till och med önskvärt, att söka efter andra synsätt som kan förklara dess funktion. Ett sådant alternativt sätt att se saken är att erkänna att matematiken är en del av den mänskliga kulturen och försöka jämföra den på ett allmänt sätt med andra kulturfenomen. I detta syfte har White [1956] och Wilder [1981] skrivit.

Först bör vi klargöra att en del av den mänskliga kulturen kan vara av två olika slag: ett *kulturelement* är en del av den kultur som är gemensam för en viss betraktad grupp av människor; en *subkultur* är en kultur som är specifik för en viss delgrupp av denna grupp (denna delgrupp är själv alltför liten eller alltför spridd för att själv bära en kultur).

Matematiken spelar en roll både som kulturelement och som subkultur. Som kulturelement består matematiken av alla de matematiska kunskaper, föreställningar och färdigheter som ett visst folk äger gemensamt. Att hålla dessa vid liv och eventuellt utöka dem är ett mål för den allmänna utbildningen. Som exempel kan vi nämna att en människa i allmänhet inte känner till begreppen derivering och integrering av funktioner, men ändå har en idé om hastighet (mätt i kilometer per timme), acceleration (ökning av hastigheten), ränta på ett banklån, summering av månadslöner till en årslön, liksom andra ting som är konkreta manifestationer av de abstrakta begreppen derivering och integrering av funktioner. Som framgår är den exakta begränsningen av detta kulturelement inte så lätt att göra, men vi kan i alla fall konstatera att den enbart består av sedan länge fullbordade delar av matematiken.

Matematiken som subkultur däremot är den kultur som är specifik för gruppen av människor som har en utbildning i vetenskapen matematik. Denna grupp är förvisso inte homogen, men ett intressant fenomen hos den är att den är mer lika från ett land till ett annat än många andra kulturella fenomen och särskilt mer än skolmatematiken. I forna tider kunde man tala om kinesisk, arabisk, grekisk och sydamerikansk matematik, men knappast nu längre.

4. Om matematik är kultur...

Varför skulle vi betrakta matematiken som kultur? Vanligen säger man att man betraktar ett fenomen som kultur för att inom den ramen kunna förstå och förutsäga dess utveckling. Jag vågar inte förutsäga särskilt mycket, men enligt min uppfattning är detta betraktelsesätt på denna paradoxala vetenskap nyttigt för att kunna formulera och förstå flera svårbehandlade problem. Dyson skriver att vetenskapen är en mänsklig aktivitet, och att det bästa sättet att förstå den är att förstå de individuella människor som är verksamma i den. Vetenskap är en konstform och inte en filosofisk metod, hävdar han [1996:805].

Mellan de två begreppen, matematik som kulturelement inom ett helt folks kultur, och matematiken som subkultur, existerar en viss spänning, som kommer till synes bl.a. i utbildningen. Utbildningen är ju nämligen en introduktion både till kulturelementet och till subkulturen, i något slags varierande mix från de yngsta åren till doktorandstudierna. Jag kan förvisso inte överblicka hela planetens matematiska utbildning, men jag kan inte undgå att märka att matematikutbildningen i många länder inte är framgångsrik. Den är ofta alltför formell, alltför inriktad på att överföra rutinfärdigheter. Detta ger eleverna intrycket att matematiken är världens torraste och minst intressanta kunskapsfält.

Inom psykologin skiljer man ibland mellan två slag av intelligens, den s.k. *konvergenta intelligensen* och den s.k. *divergenta intelligensen*; se t.ex. Massarenti [1980]. Den förstnämnda är förmågan att utgå från givna förutsättningar och nå fram till en lösning som är entydigt bestämd eller åtminstone den enda acceptabla. Den andra utgår från den givna situationen och söker, längs olika vägar, lösningar som duger, men varav kanske ingen är den enda acceptabla. Risken med skolmatematiken är att den nästan enbart stimulerar det konvergenta tänkandet, att problemen som serveras i skolan är så stereotypa och väl förberedda för att behandlas med rutinmetoder att den divergenta intelligensen känns onödig. Det är väl klart att den konvergenta intelligensen blott är ett specialfall av den divergenta, och troligen måste man träna den först för att utveckla arbetsmetoder som senare kan tillämpas på mer komplicerade situationer, där det krävs en intelligens av divergent typ. Och givetvis är den divergenta intelligensen oumbärlig på forskningsnivån i varje vetenskap – annars skulle det inte handla om forskning.

Vi kan schematiskt – möjligen alltför schematiskt – dela in matematiken enligt tre kriterier: enligt dess kulturella status, enligt dess benägenhet att förändras, och enligt den intelligenstyp den förutsätter. Låt oss ställa upp indelningarna:

Kulturelementet matematik	*Subkulturen matematik*
Orörlig, "skelettartad" matematik	*Lättrörlig, godtycklig, "muskulös" matematik*
Kräver konvergent intelligens	*Kräver divergent intelligens*

Är det så att dessa tre indelningar sammanfaller mer eller mindre? Om svaret är ja, så måste vi anstränga oss för att förändra matematiken som kulturelement. Ty jag anser att den allmänna matematiska utbildningen skulle förbättras om den bleve rörligare, mindre rutinbetonad, och om det för att lösa dess övningsproblem fordrades mer divergent tänkande. Varför? Jo, för att matematikens tillämpningar på det sättet skulle bli av högre kvalitet, trovärdigare och mer realistiska, vilket allt skulle påverka alla kunskapsområden där matematik används positivt. Men att förändra utbildningen är inte lätt, bl.a. just för att människor som gillar det konvergenta tänkandet redan attraherats av skolmatematiken och är obenägna att göra den mindre "skelettartad".

5. Matematikens kulturella betydelse

Till slut, vilken är då matematikens kulturella betydelse? Svaret beror förvisso på vars och ens egen värdeskala. Jag vill här bara visa på fyra egenskaper som jag anser att matematiken har i jämförelse med andra kulturella fenomen:

- ◇ *Internationalitet*
- ◇ *Skönhet*
- ◇ *Påverkan på vår uppfattning av världen*
- ◇ *Påverkan på vår egen tankeförmåga och vårt förtroende för den*

Vad gäller internationalitet så måste det sägas att det inte existerar något absolut internationellt, men att ett kulturellt fenomen kan vara mer eller mindre varierande inom mänskligheten. Och subkulturen matematik är förvisso mer internationell än många andra kulturella fenomen, och även mer än många andra vetenskaper, särskilt samhällsvetenskaperna. Den kan påverka utbildningen i matematik och göra denna mer internationell; inte sällan skulle detta vara en god sak. Men vi måste också uppmärksamma att den vetenskapliga matematiken inte är fullständigt internationell. Det finns flera nationella särdrag i den. Vi bör skilja internationalitet från gränsöverskridanden som möjliggörs av överlägsna kommunikationer.

Liksom för varje kulturellt fenomen kan vi fråga oss: Vilka är de ”lagar” enligt vilka kulturen utvecklas? Vad är viktigast? Vem avgör vad som är viktigast? Att kunna avgöra vad som är viktigast är verklig makt.

Matematikens skönhet är en väsentlig egenskap, och den är viktig ur flera synpunkter. Liksom i konsterna är den ett värde i sig. Men inte enbart: den är också den snabbaste vägvisaren i det ständiga valet mellan de olika vägar som en teori under utveckling kan ta.

Matematiken påverkar vår världsbild; i de mest matematikiserade vetenskaperna har man ju inte ens något annat språk. Hittills har den haft huvudsakligen en ordnande funktion: den försäkrar oss att världen inte är godtycklig och kaotisk, utan möjlig att ordna och förutsäga. Faktum är att viljan att kunna förutsäga (solförmörkelser, vädret) varit en viktig källa för strävan mot matematikisering. Men också kaos har sin matematik! Matematiken styr förvisso den bild vi gör oss av världen. I vilken grad?

Matematiken påverkar också våra mentala förmögenheter. Den mänskliga hjärnan påverkas och förändras av de uppgifter som den utför, åtminstone under de första åren – likt en märklig dator som bygger upp sig själv samtidigt som den arbetar. Användandet av språk och alla teoretiska sysselsättningar påverkar den unga hjärnans utveckling. Till och med de enstaka språkljuden formar hjärnan; se Näätänen et al. [1997]. Desto viktigare att välja god sysselsättning! Och om vi kan lösa problem, ta oss ut ur svårigheter, så uppstår en vinst för personligheten. Så kan matematiken bygga upp vårt självförtroende (om vi lyckas) – eller förstöra det (om vi misslyckas).

Allt detta visar på vikten av att skapa en så god matematisk miljö som möjligt, särskilt under barndomen.

Bibliografi

Dyson, Freeman J. 1968. Mathematics in the Physical Sciences. *I: Mathematics in the Modern World,* San Francisco: W. H. Freeman, pp. 249–257.

Dyson, Freeman J. 1972. Missed Opportunities. *Bulletin of the American Mathematical Society,* **78**, 635–652.

Dyson, Freeman. 1996. The Scientist as Rebel. *American Mathematical Monthly,* **103**, November 1996, 800–805.

Grattan-Guinness, I. (Red.) 1994. *Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences.* Vol. I & II. London och New York: Routledge.

Hilbert, David. 1902. Sur les problèmes futurs des mathématiques. *Compte rendu du deuxième congrès international des mathématiciens*, pp. 58–114. Paris: Gauthiers-Villars.

Massarenti, Leonardo. 1980. *Créativité et pédagogie de la troisième dimension.* Genève: Université de Genève, Faculté de Psychologie et des Sciences de l'Éducation.

Näätänen, Risto, et al. 1997. Language-specific phoneme representations revealed by electric and magnetic brain responses. *Nature*, **385**, 30 January 1997, 432–434.

Taubes, Gary. 1995. A Theory of Everything Takes Shape. *Science*, **269**, 15 September 1995, 1511–1513.

White, Leslie A. 1956. The locus of mathematical reality: An anthropological footnote. *I: The World of Mathematics*, pp. 2348–2364. Red. James R. Newman. New York: Simon and Schuster. Svensk översättning i *Sigma. En matematikens kulturhistoria* (1977), Stockholm: Forum, 2441–2458.

Wigner, Eugene P. 1960. The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Physical Sciences. *Communications on Pure and Applied Mathematics,* **13**, 1–14.

Wilder, Raymond L. 1981. *Mathematics as a Cultural System.* Pergamon Press.

Witten, Edward. 1996. Reflections on the Fate of Spacetime. *Physics Today,* April 1996, 24–30.

Författarens adress: Uppsala universitet, Matematiska institutionen,
Box 480, 751 06 Uppsala