La kultura signifo de la matematiko

Christer Kiselman

Enhavo:

1. La matematiko kiel memstara scienco

La matematikon oni multe studas en lernejoj kaj universitatoj. Spite al tio, ĝi estas malbone konata kaj ofte mise komprenata. Lernejanoj – kaj sekve plenkreskuloj, ĉar lernejanoj fariĝas tiaj – ne malofte timas aŭ malamas ĝin. Kie troviĝas la fonto de tiu problemo? Ĉu en la naturo mem de la matematiko?

Oni aplikis la matematikon sukcese unue al la studo de la naturo (astronomio, fiziko, poste kemio, meteologio, biologio) kaj tiuj aplikoj sendube daŭre tre gravas. Kredeble pro tio ĝi ofte estas konsiderata kiel unu el la natursciencoj. Sed ĝi ne apartenas al tiuj ĉi. Ĝiaj aplikoj en ekonomiko estas nuntempe gravaj. Ĝi estas nemalhavebla parto de ĉiu tekniko. Jam pro siaj aplikoj la matematiko ne estas enmetebla inter la natursciencojn.

Sed ekzistas alia kaŭzo, principe multe pli grava, ne klasi la matematikon inter la natursciencoj. Ĝian evoluon je supraĵa nivelo pelas bezonoj teknikaj kaj aliscienĉaj, sed je pli profunda nivelo scivolemo kaj agemo tute parencaj al tiuj kiuj efikas en la artoj. Kaj tion agnoski havas grandajn sekvojn en la strukturado de la eduko de ĉiuj aĝoj, de la plej junaj ĝis la doktoraj studoj.

Por iel montri al vi tiun ĉi memstarecon de la matematiko, mi menciu kelkajn ekzemplojn.

En la ĝenerala relativeca teorio Einstein (1879–1955) uzis la geometrion de Riemann kaj la tensoran kalkulon. Sed tiuj intelektaj iloj estis evoluigitaj ne por la fiziko, sed multe pli frue ene de la pura matematiko. Ili staris tute pretaj kiam Einstein komencis ilin uzi. Riemann (1826–1866) enkondukis tion kion oni nun nomas Riemann-a diferenciala geometrio; en Riemann-a spaco oni povas kalkuli distancojn, kaj oni havas diversajn nociojn de kurbeco. Al la nomo de Ricci (1853–1925) oni kutime ligas la tensoran kalkulon kiu permesas la traktadon de plej diversaj grandoj kaj iliaj aliiĝoj sub koordinataj transformoj. La tensora analitiko, kiun cetere Einstein

---

Publikigita en *Tutmondaj Sciencoj kaj Teknikoj*, N-o 3/4, oktobro 1989, paĝoj 51–55; ĉina traduko paĝoj 51–55. Japana traduko aperis kune kun la Esperanta teksto en *Ponteto*, oktobro 1990, paĝoj 2–13. La manuskripto estis finita la 23-an de februaro 1988.

lernis de Grossman (1878–1936), fariĝis tre konata ĝuste pro tio ke Einstein uzis ĝin en sia relativeca teorio ĝenerala, publikigita en 1916.

Alia ekzemplo estas la teorio pri spektra dismeto de memadjunktaj transformoj en Hilbert-a spaco. Grava parto de tiu teorio, nome pri memadjunktaj operatoroj kontinuaj, estis preta kiel pure matematika teorio, evoluigita de Hilbert (1862–1943), longe antaŭ la kvantuma teorio, kaj povis esti uzata kvazaŭ mirakle de tiu ĉi. La fiziko, aliflanke, inspiris la vastigon fare de von Neumann (1903–1957) al operatoroj nekontinuaj. En la kvantuma mekaniko ekzistas du fundamentaj nocioj: la statoj kaj la observeblaj kvantoj. La statoj estas ekvivalentecaj klasoj da vektoroj en kompleksa – ne reela – Hilbert-a spaco, kaj la observeblaj kvantoj estas memadjunktaj operatoroj agantaj sur tiuj vektoroj. Certe nenio en la ĉiutaga vivo rekte kondukas al kompleksaj nombroj, kaj ili ne estas proponataj de fizikaj observoj, sed ili estas necesaj por la formulado de la kvantumteoriaj leĝoj.

Tria ekzemplo povas esti la korda teorio en la teoria fiziko. En tiu ĉi oni uzas multe da tre abstrakta kaj nove evoluigita matematiko.

Wigner skribis ke la enorma utileco de la matematiko estas io preskaŭ mistera kaj ke ne ekzistas racia ekspliko por ĝi. Kaj estas ĝuste tiu timinda utileco de matematikaj nocioj kiu starigas la demandon pri la unikeco de niaj fizikaj teorioj [Wigner 1960:2]. Ni citu Dyson [1968]: por fizikisto la matematiko estas ne nur ilo per kiu fenomenoj kalkuleblas; ĝi estas la ĉefa fonto de nocioj kaj principoj per kiuj novaj teorioj povas esti kreitaj.

Sed kompreneble la matematikistoj ne nur sukcesas. Laŭ Dyson [1972] okazis plurfoje ke la matematikistoj maltrafis okazon antaŭenigi la sciencojn. Ekzemple, la ekvacioj de Maxwell (1831–1879), publikigitaj en 1873, laŭ li ofertis al la matematikistoj interesegan laborkampon kiun ili ne sufiĉe atentis. Kaj se ili estus eklaborinta pri la novaj problemoj, ili havus la eblecon malkovri la relativecan teorion plurajn jardekojn antaŭ ol Einstein faris tion. Tiu aŭdaca aserto baziĝas sur la nocio de grupo de transformoj sub kiu ekvaciaro estas nevarianta. Tia grupo ĝenerale dirite estas grava matematika objekto. La ekvacioj de Maxwell estas nevariantaj sub la grupo de Lorentz, dum tiuj de la Newton-a mekaniko estas nevariantaj sub alia grupo, nomata la grupo de Galilei. Montriĝas ke la grupo de Lorentz estas matematike pli simpla, pli bela, ol tiu de Galilei. Se oni estus studinta la matematikajn ecojn de tiuj ĉi grupoj, oni eble povus malkovri la relativecan teorion specialan. Kompreneble ni devas atenti ke la tuta rezono estas en la *us*-modo; oni ne povas pruvi kio okazus se la matematikistoj estus farintaj ion alian. Sed la aserto de Dyson, kvankam malĝojiga, montras en la saman direkton kiel la ekzemploj pozitivaj: al granda fido en la memstareco de la matematiko kaj en la ebloj trovi ene de ĝi fizike interesajn teoriojn.

Pro tiu memstareco de la matematiko, kaj referencante al la cititaj eldiroj de Wigner kaj Dyson, ni povas demandi: Ĉu la fizikaj teorioj estas nur tiuj kiujn ebligas la matematikaj teorioj kaj metodoj disponeblaj al iu en iu momento? Kaj se jes, kial tiuj matematikaj metodoj estas pretaj je iu donita momento? Ĉu kun alia matematiko ankaŭ la fiziko estus alia? Kiuj estos la sekvoj de tiuj ĉi demandoj rilate al la respondeco de la matematikistoj? Kaj kiuj estos la sekvoj por la priscienca politiko?

2. Fikseco kaj moviĝemo de la matematiko

Multaj personoj kredas ke la matematiko estas kolekto da fiksaj veroj, da neniam ŝanĝiĝantaj leĝoj. Ne estas malfacile kompreni la kaŭzon de tia kredo. Oni lernas ke du plus du estas kvar, kaj oni ne povas imagi ke tiu vero iam fariĝos malvera. Ŝtono kiun ni vidas sur la grundo havas aĝon de eble miliardo da jaroj, kaj ĝi estos polvo post eble nur kelkaj milionoj da jaroj. Sed post tiu tempo ankoraŭ veros ke du plus du estas kvar. Aŭ ĉu vi ne kredas tion? La matematiko ŝajnas esti multe pli stabila ol la plej stabilaj eroj de nia fizika mondo. Kaj ankaŭ la ĝeneralaj konoj pri la mondo ŝanĝiĝas pli en la aliaj sciokampoj. Laŭ la teorio de Wegener (1880–1930), la kontinentoj moviĝadis. Kiam mi estis en la lernejo, mi lernis ke lia teorio estas naiva kaj malvera. Nun estas ĉiom akceptita fakto ke, ekzemple, Sudameriko kaj Afriko iam apudis. Kaj mi lernis ke la homo havas 48 kromosomojn. Nun oni diras ke la homo havas nur 46, kaj ke la nombro 48 estiĝis ĉe fuŝkalkulado sur foto kie ĉiuj nun vidas nur 46 kromosomojn. Tiel ŝanĝiĝas miaj propraj konoj pri la mondo. Pri la matematiko mi lernis ke la derivaĵo de la funkcio $x \mapsto x^4$ estas $x \mapsto 4x^3$, kaj ĝis nun mi ne aŭdis ion alian. Tiuj faktoj donas la neforviŝeblan impreson ke la geologio evoluas, ke la biologio evoluas, nur la matematiko ne. Aŭ ĉu vere neforviŝeblan?

La matematiko, kiel ĉiu estaĵo, konsistas el fiksaj kaj moviĝaj partoj. Ĉu la homo bezonas rigidajn ostojn aŭ molajn muskolojn? Por povi kuri, la homo certe bezonas ambaŭ. La skeleto sola ne povas moviĝi, sed sen ĝi la muskoloj ne havus ion kontraŭ kiu ili povus efiki. Same pri ĉiu sciokampo. Dum kelkaj partoj de la matematiko aperas kiel tre nemoviĝantaj, aliaj estas rapide evoluantaj kaj moviĝemaj. La antaŭlonge fiksaj partoj estas tiuj kiujn oni instruas en la lernejoj; la moviĝantaj partoj estas multe malpli konataj. Neniel surprize ke la homoj ordinare konsideras la matematikon pli kiel ostojn ol kiel muskolojn.

Ĉiujare aperas dekmiloj da artikoloj pri novaj esplorrezultoj en la matematiko. Amasoj da novaj faktoj fariĝas konataj, kaj malnovaj estas komprenitaj en nova lumo. En tio la matematiko certe similas al aliaj evoluantaj sciencoj. (Mi rimarkigu, cetere, ke ĝi ne estas katenita de la ofte tre ĝenaj malfacilaĵoj por fari eksperimentojn aŭ observojn kiuj malfruigas aliajn sciencojn.)

Sed la matematiko ne nur rapide evoluas: ĝi enhavas multe da ajneco, da tute arbitraj elementoj. Same kiel la rigida matematiko estas ekstreme stabila, tiel la moviĝanta matematiko estas ekstreme facilmoviĝanta en sia ajneco nemalsovaĝigita. Tiu fakto povas esti tre ĝena por tiuj kiuj emas al la matematiko en sopiro al sekureco kaj fiksaj valoroj; la ajneco ilin seniluziigas kaj eĉ timigas.

Ekzemplo de tiu ajneco donas la historion de la aksiomo de paraleloj. Laŭ tiu aksiomo de Eŭklido (ĉ. 303 – ĉ. 275 a. K.), tra donita punkto ekzistas precize unu rekto paralela al donita rekto. Ĉu oni povas pruvi tiun aksiomon elirante de la ceteraj? Tiu demando okupis matematikistojn dum du jarmiloj. Finfine en la antaŭa jarcento tri matematikistoj pruvis ke ne. Estis Bolyai (1802–1860), Lobaĉevskij (1793–1856) kaj Gauss (1777–1855). Kaj ili montris tion konstruante geometriojn kie tra la donita punkto iras aŭ neniu aŭ pli ol unu rekto. Kaj tiuj ĉi geometrioj estas same validaj, same veraj, kiel tiu de Eŭklido. Per la ekzisto de tiuj geometrioj oni komprenas ke la aksiomo de paraleloj de Eŭklido ne estas pruvebla el de la ceteraj. Kial la solvo de tiu problemo bezonis du mil jarojn? Oni apenaŭ povas respondi al tia demando, sed ebla kaŭzo estas ke estis tre ŝoke akcepti la ajnecon de la aksiomoj, tiuj "memkompreneblaj" elirpunktoj de nia penso. Pri tio atestas la fakto ke Gauss ne publikigis sian trovaĵon kvankam li estis tiel respektata ke li certe ne riskus sian karieron aperigante ĝin.

Eble eĉ pli drasta rilate al nia penskapablo estas alia ekzemplo de ajneco: la nedependo de la kontinuuma hipotezo. Tiu ĉi diras ke ajna nefinia subaro de la korpo de la reelaj nombroj $\mathbf{R}$ havas la saman nombron da elementoj kiel aŭ la naturaj nombroj $\mathbf{N}$, aŭ $\mathbf{R}$ mem. Por esprimi tion per matematikaj simboloj ni notu per $\operatorname{kard} A$ la kardinalan nombron de aro A, aŭ ni diru tutsimple la nombron, finian aŭ nefinian, de elementoj de A. Tiam la kontinuuma hipotezo diras ke ne povas okazi ke $\operatorname{kard} \mathbf{N} < \operatorname{kard} A < \operatorname{kard} \mathbf{R}$. Montri tion estis la unua el la dudek tri problemoj kiuj estis starigitaj de Hilbert en Parizo en la jaro 1900 kiel "estontaj problemoj de la matematiko". Kaj la veron de la aserto li konsideris tre verŝajna [1902:70]. Por Hilbert kaj kredeble ĉiu matematikisto de lia generacio aŭ ekzistas aro $A \subset \mathbf{R}$ tia ke $\operatorname{kard} \mathbf{N} < \operatorname{kard} A < \operatorname{kard} \mathbf{R}$, aŭ ne ekzistas tia aro; esploro sciigos nin pri tio. Sed montriĝis poste ke tiu aserto estas nedependa de la ceteraj aksiomoj: laŭ Gödel (1906–1978) oni povas aldoni ĝin al la ceteraj aksiomoj de la aroteorio ne kreante (novajn) kontraŭdirojn, laŭ Cohen (n. 1934) oni povas fari la samon kun ĝia negaĵo. Tio signifas ke aroteorio kie ekzistas aro A kun $\operatorname{kard} \mathbf{N} < \operatorname{kard} A < \operatorname{kard} \mathbf{R}$ estas same valida, same vera, kiel aroteorio kie validas la kontinuuma hipotezo.

Resume ni povas diri ke la matematiko ne helpas al ni scii ĉu en la reala mondo ekzistas neniu, unu aŭ pluraj rektoj trairantaj donitan punkton kaj paralelaj al donita rekto; same ĝi ne helpas al ni decidi ĉu ekzistas aŭ ne ekzistas certaj nefiniaj aroj. En tio ĉi evidentiĝas ĝian ajnecon kiu lasas nin senhelpaj. Sed samtempe, kaj paradokse, ni memoru ke ĝi estas la ĉefa aŭ eĉ ununura fonto de konceptoj kaj principoj por la natursciencoj, kaj la sola lingvo en kiu tiuj ĉi povas esprimi sin.

3. La matematiko kiel subkulturo kaj kultura elemento

Ĉar la rolo de la matematiko, kiel ni vidis, estas tiom paradoksa rilate al la aliaj sciencoj, estas permesate, eĉ dezirinde, serĉi aliajn vidmanierojn kiuj povus helpi al ni kompreni ĝian funkciadon. Unu tia estas agnoski ke ĝi estas parto de la homa kulturo kaj kompari ĝin kun kulturaj fenomenoj ĝenerale. Pri tio skribis White [1956] kaj Wilder [1981].

Unue ni klarigu ke parto de homa kulturo povas esti de du diversaj specoj: **kultura elemento** estas parto de kulturo komuna al la plimulto de iu konsiderata grupo da homoj; **subkulturo** estas kulturo specifa al iu subgrupo de tiu grupo (la subgrupo mem estas tro malgranda aŭ tro disa por porti mem kulturon).

La matematiko rolas kaj kiel kultura elemento kaj kiel subkulturo. Kiel kultura elemento la matematiko konsistas el ĉiuj konoj, imagoj kaj kapabloj matematikaj kiujn posedas ĝenerale iu populacio. Vivteni kaj eventuale kreskigi ĝin estas celo de la ĝenerala edukado. Por doni ekzemplon mi diru ke homo ĝenerale ne konas la nociojn de derivo kaj integro de funkcioj, sed tamen povas havi ideon pri rapido (mezurita en kilometroj hore), akceliĝo (kresko de rapido), interezo sur prunto en banko, sumado de monataj salajroj al jara salajro kaj aliaj aferoj kiuj estas konkretaj manifestiĝoj de derivo kaj integro de diversaj funkcioj. Kiel montriĝas, la ekzakta limigo de tiu kultura elemento ne facilas, sed ni povas konstati ke ĝi konsistas nur el antaŭlonge pretaj partoj de la matematiko.

La matematiko kiel subkulturo estas tiu kulturo kiu estas specifa al la grupo de homoj kiuj havas edukon pri la scienca matematiko. Tiu grupo certe ne estas homogena, sed interesa fenomeno de la subkulturo estas ke ĝi estas pli simila de lando al lando ol multaj aliaj kulturaj fenomenoj kaj precipe pli ol la lerneja matematiko. En la antikvaj tempoj oni povis paroli pri ĉina, araba, greka kaj sudamerika matematikoj, sed apenaŭ nuntempe.

4. Sekvoj de la kultureco de la matematiko

Kial ni konsideru la matematikon kiel kulturon? Kutime oni diras ke oni emfazas la kulturecon de iu fenomeno por povi kompreni kaj antaŭdiri ĝian evoluon. Mi ne kuraĝas multon antaŭdiri, sed miaopinie tia rigardo sur la paradoksa scienco estas utila por kompreno kaj esprimo de pluraj malfacile trakteblaj problemoj. Inter la du nocioj, la matematiko kiel kultura elemento de tuta popolo kaj la matematiko kiel subkulturo, ekzistas streĉiteco, videbla i. a. en la edukado. La edukado ja estas enkonduko kaj al la kultura elemento kaj al la subkulturo, en iu ŝanĝiĝanta mikso de la plej junaj aĝoj ĝis la doktoraj studoj. Mi certe ne povas superrigardi la matematikan edukadon de la tuta planedo, sed mi ne povas ne rimarki ke la matematika instruado en multaj landoj ne estas sukcesa. Ĝi estas ofte tro formala, tro direktita al la transdonado de rutinaj kapabloj. Tio donas al la lernantoj la impreson ke la matematiko estas la plej seka kaj malinteresa sciokampo de la mondo.

En la psikologio oni kelkfoje distingas inter du specoj de inteligento, la t. n. **konverĝa inteligento** kaj la t. n. **diverĝa inteligento**. La unua estas la kapablo eliri de donitaĵoj kaj atingi solvon kiu estas unika aŭ almenaŭ la sola bona. La dua eliras de situacio donita kaj provas trovi, laŭ diversaj vojoj, solvojn taŭgajn sed el kiuj neniu estas la ununura bona. La risko de la lerneja matematiko estas ke ĝi preskaŭ nur stimulas la konverĝan inteligenton, ke la problemoj donitaj en la lernejo estas tiel stereotipaj kaj pretigitaj por rutinaj metodoj ke la diverĝa inteligento sentiĝas nenecesa. Klare la konverĝa inteligento estas nur speciala kazo de la diverĝa, kaj kredeble oni unue ekzercu ĝin por evoluigi labormetodojn kiujn oni poste apliku en pli komplikaj situacioj, kie necesas inteligento de pli diverĝa tipo. Kompreneble sur la esplora nivelo de iu ajn scienco la diverĝa inteligento estas nemalhavebla – aliel ne temus pri esploro.

Ni povas skemige – eble tro skemige – dividi la matematikon laŭ tri kriterioj: laŭkulture, laŭmoviĝeme, kaj laŭ la inteligenteva tipo uzata. Ni starigu la disdividojn:

La kultura elemento matematiko	*La subkulturo matematiko*
La matematiko fiksa, "osta"	*La matematiko moviĝema, ajneca, "muskola"*
Bezonanta konverĝan inteligenton	*Bezonanta diverĝan inteligenton*

Ĉu la dividoj pli-malpli kongruas? Se jes, ni devas klopodi ŝanĝi la kulturan elementon. Ĉar mi opinias ke la ĝenerala matematika edukado pliboniĝus se ĝi fariĝus pli moviĝanta, malpli rutina kaj se por solvi ĝiajn ekzercojn oni bezonus pli da diverĝa inteligento. Kial? Ĉar tiel la aplikoj de la matematiko fariĝus pli altkvalitaj, pli realismaj, pli fidindaj, kio certe pozitive influus ĉiujn sciokampojn kie estas uzata la matematiko. Sed ŝanĝi la edukadon ne facilas, i. a. ĝuste pro tio ke homoj kiuj ŝatas la uzon de konverĝa inteligento jam altiriĝis al la matematiko kaj malemas fari ĝin malpli "osta".

5. La kultura signifo de la matematiko

Finfine, kiu do estas la kultura signifo de la matematiko, kiel subkulturo kaj kiel kultura elemento? Tiu signifo certe dependas de ĉies propra skalo de valoroj. Mi volas nur montri al kvar ecoj de la matematiko, komparante tiun ĉi kun aliaj sciencoj kaj kun aliaj kulturaj fenomenoj:

A. *Internacieco.*
B. *Beleco.*
C. *Efiko sur nia percepto pri la mondo.*
Ĉ. *Efiko sur nia propra penskapablo kaj nia fido en ĝi.*

Pri la internacieco necesas diri ke ne ekzistas io absolute internacia, sed ke kultura fenomeno povas esti pli aŭ malpli varia tra la homaro. Kaj certe la subkulturo matematika estas pli internacia ol multaj aliaj kulturaj fenomenoj, kaj ankaŭ pli ol multaj sciencoj, precipe ol la socisciencoj. Ĝi povas efiki sur la matematika edukado, farante tiun ĉi pli internacia; ne malofte tio estus bono. Sed ni ankaŭ devas atenti ke la scienca matematiko ne estas ĉiom internacia. Ekzistas pluraj naciaj trajtoj en ĝi. Ni distingu internaciecon dis de limtransigo pro superaj komunikiloj.

Kiel pri ĉiu kultura fenomeno ni povas demandi: Kiuj estas la ”leĝoj” laŭ kiuj la kulturo evoluas? Kio plej gravas? Kiu decidas kio plej gravas? Povi decidi kio gravas estas vera potenco.

La beleco de la matematiko estas esenca trajto, kaj grava el pluraj vidpunktoj. Same kiel en la artoj ĝi estas valoro en si mem. Sed ne nur: ĝi estas la plej rapida gvidilo en la eterna elekto inter la diversaj formoj kiujn povas preni evoluigata teorio.

La matematiko efikas sur nia percepto pri la mondo; oni ja en la plej matematikizitaj sciencoj eĉ ne havas alian lingvon. Ĝis nun ĝi havis pleje ordigan funkcion: sekurigante al ni ke la mondo estas ne ajneca kaj kaosa, sed ordigebla kaj antaŭdirebla. Fakte la emo antaŭdiri (eklipsojn, la veteron) estis grava fonto de la strebo al matematikizo. Sed ankaŭ la kaoso havas sian matematikon! La matematiko certe stiras nian mondrigardon. Ĝis kiu grado?

La matematiko ankaŭ influas nian menson. Kontraste al komputiloj, la homa cerbo estas influita kaj ŝanĝita de la laboroj kiujn ĝi faras, almenaŭ dum la junaj jaroj, kvazaŭ komputilo kiu konstruas sin mem dum plenumado de taskoj. La lingvoj kaj ĉiuj teoriaj okupoj de la juna cerbo influas ĝian evoluon. Des pli grave elekti bonajn okupojn! Kaj se ni povas solvi problemojn, eliri el malfacilaĵoj, ekestas gajno por la personeco. Tiel la matematiko povas konstrui nian memkonfidon (se ni sukcesas) – aŭ malkonstrui ĝin (se ni ne sukcesas).

Ĉio ĉi montras al la granda graveco krei kiel eble plej bonan matematikan medion, precipe dum la plej junaj aĝoj.

Literaturo

Dyson, Freeman J. 1968. Mathematics in the physical sciences. En *Mathematics in the Modern World,* San-Francisko: W. H. Freeman, paĝoj 249–257.

Dyson, Freeman J. 1972. Missed opportunities. *Bulletin of the American Mathematical Society,* **78**, 635–652.

Hilbert, David. 1902. Sur les problèmes futurs des mathématiques. *Compte rendu du deuxième congrès international des mathématiciens*, paĝoj 58–114. Parizo: Gauthiers-Villars.

White, Leslie A. 1956. The locus of mathematical reality: An anthropological footnote. En *The World of Mathematics*, paĝoj 2348–2364. Red. James R. Newman. Novjorko: Simon and Schuster.

Wigner, Eugen P. 1960. The unreasonable effectiveness of mathematics in the physical sciences. *Communications on Pure and Applied Mathematics,* **13**, 1–14.

Wilder, Raymond L. 1981. *Mathematics as a Cultural System.* Pergamon Press.