

## Linjär algebra och geometri I, HT10

### Andra tentamensförberedande uppgiften

*Dessa uppgifter har karaktären av äkta tentamensuppgifter och utgör därmed extra övningsmaterial inför duggan eller tentan, utöver de något enklare uppgifter som behandlas på lektionerna. De tentamensförberedande uppgifterna är frivilliga, löses hemma, och lämnas inte in för rättning.*

1. Givet är vektorerna  $v = (2, -3)$  och  $w = (4, t)$  i planet. För vilka värden på  $t$  är vinkeln mellan  $v$  och  $w$  spetsig, rät, eller trubbig? Illustrera ditt svar med en figur.

2. (a) Visa att  $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

(b) Givet är ett rätblock med kantlängderna 1, 2, och 3. Låt  $\alpha$  vara vinkeln mellan rätblockets rymddiagonal och kanten av längd 2. Avgör om  $\alpha$  är mindre än  $45^\circ$ , lika med  $45^\circ$ , eller större än  $45^\circ$ .

3. Givet är punkterna  $P = (2, 1)$ ,  $Q = (3, 4)$  och  $R = (5, -3)$  i planet. Låt  $L$  vara den linje genom  $R$  som är ortogonal mot  $\overrightarrow{PQ}$ .

(a) Finn  $L$ 's ekvation på formen  $ax + by + c = 0$ .

(b) Bestäm avståndet mellan  $Q$  och  $L$ .

(c) Bestäm den punkt  $N$  på  $L$  som ligger närmast  $P$ .

4. Givet är punkterna  $P = (-2, -1, 0)$ ,  $Q = (0, 1, 2)$  och  $R = (3, 3, 3)$  i rummet. Låt  $L$  vara den linje genom  $P$  som är ortogonal mot både  $\overrightarrow{PQ}$  och  $\overrightarrow{PR}$ .

(a) Finn  $L$ 's ekvation på parameterform  $(x, y, z) = P + tv$ , där  $v$  är en riktningsvektor till  $L$  och  $t \in \mathbb{R}$ .

(b) Finn en ekvation på allmän form  $ax + by + cz + d = 0$  för planet  $E$  som går genom punkterna  $P$ ,  $Q$  och  $R$ .

(c) Bestäm arean av triangeln  $(P, Q, R)$ .

## Svar

1. Vinkeln mellan  $v$  och  $w$  är  $\begin{cases} \text{spetsig} & \text{om } t < \frac{8}{3} \\ \text{rät} & \text{om } t = \frac{8}{3} \\ \text{trubbig} & \text{om } t > \frac{8}{3} \end{cases}$

2. (a) Vinkeln  $45^\circ$  bildas av vektorerna  $v = (1, 0)$  och  $w = (1, 1)$ , exempelvis. Tillämpa skalärproduktformeln.

(b)  $\alpha > 45^\circ$ .

3. (a)  $x + 3y + 4 = 0$ , exempelvis.

(b)  $d(Q, L) = \frac{19}{10}\sqrt{10}$ .

(c)  $N = \left(\frac{11}{10}, -\frac{17}{10}\right)$ .

4. (a)  $(x, y, z) = (-2, -1, 0) + t(1, -2, 1)$  där  $t \in \mathbb{R}$ , exempelvis.

(b)  $x - 2y + z = 0$ , exempelvis.

(c)  $A(P, Q, R) = \sqrt{6}$ .