UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Gunnar Berg, tel: 471 3275

Tentamen i matematik
ALGEBRA 1
IT, Kand.Data o Mat. Frist.kurs
2008-08-26

Skrivtid: 8-13. Tillåtna hjälpmedel: Skrivdon, räknedosa. Poäng: Varje uppgift ger maximalt 5 poäng. För Godkänd krävs minst 18p, för betyget fyra minst 25p och för betyget fem minst 32p. Kom ihåg att helhetsintrycket spelar roll, så SKRIV SNYGGT OCH TYDLIGT och motivera dina räkningar.

1. Visa följande formel med induktion:
$$\sum_{k=1}^{n} k \cdot k! = (n+1)! - 1.$$

2. Bestäm det minsta positiva heltal m som uppfyller
$$(17)_m \cdot (21)_m = (327)_m.$$

3. Vad blir den minsta icke-negativa resten vid division av 26^{2008} med 8?

4. Visa att talet $\log_5 7$ är irrationellt.

5. Visa att den diofantiska ekvationen $2\,x^2 - 4\,y^2 = 3$ saknar lösningar.

6. Visa att den avbildning mellan $\mathbf{Q}_+$ (de positiva rationella talen) och de rationella tal q som uppfyller $0 < q < 1$ som ges av
$$\frac{m}{n} \to \frac{m}{m+n}$$
är en bijektion.

7. Undersök med avseende på reflexivitet, symmetri och transitivitet, den relation R på $\mathbf{Z}$, som definieras av $mRn \Leftrightarrow 4|m \cdot n$.

8. Bestäm de värden på det hela talet a för vilka ekvationen
$$x^3 + 2\,x^2 + a\,x + 5 = 0$$
har (minst) en heltalsrot. Lös sedan ekvationen för *ett* av dessa värden på a.

LYCKA TILL !