

Skrivtid: 8–13. Varje problem ger max 5 poäng. För betygen 3, 4 resp. 5 krävs 18, 25 resp. 32 poäng (inklusive bonuspoäng). Tillåtna hjälpmedel: miniräknare samt "Formel- och tabellsamling för grundkursen Sannolikhet och Statistik". Lösningarna skall redovisas utförligt och tydligt så att de lätt kan följas och varje svar ska motiveras.

1. (a) För de oberoende händelserna A och B gäller $P(A) = 0.10$ respektive $P(B) = 0.30$. Beräkna $P(A \cup B)$.
- (b) En slumpvalsgenerator genererar något av talen $1, 2, \dots, 9$ med lika sannolikheter. Vad är sannolikheten att produkten av 2 oberoende sådana genererade tal är delbar med 10.
- (c) Ge ett exempel på ett datamaterial x_1, x_2, x_3 där medelvärdet är mindre än medianen.
2. Gudmar har två tärningar i fickan, en vanlig symmetrisk tärning och en fuskterning som alltid visar "sexa". Han plockar fram en slumpmässig tärning ur fickan som han kastar med resultatet "sexa". Bestäm den betingade sannolikheten att det var fuskterningen som han kastade.
3. Låt X vara en slumpvariabel med sannolikhetsfunktion

$$p(k) = P(X = k) = \begin{cases} \frac{5}{36} & k = -1 \\ \frac{26}{36} & k = 0 \\ \frac{5}{36} & k = 1 \end{cases}.$$

- (a) Bestäm väntevärdet $E(X)$ och variansen $V(X)$.
- (b) Låt $X_1, X_2, X_3, \dots$ vara en följd oberoende och likafördelade slumpvariabler med $P(X_i = k) = p(k)$, för alla $i \geq 1$ och $k \in \{-1, 0, 1\}$. Låt $S = \sum_{i=1}^{500} X_i$. Beräkna approximativt $P(S \leq 10)$.
4. En vanlig symmetrisk tärning kastas 1000 gånger. Låt X = antal sexor i de första 500 kasten och låt Y = antal sexor i de sista 500 kasten. Beräkna approximativt $P(X > Y + 10)$.

Var god vänd!

5. Antag att vikten (i kilo) av en slumpmässigt utvald 6 månader gammal flicka är en normalfördelad slumpvariabel med väntevärde 7.5 och standardavvikelse 0.8.

- (a) Beräkna sannolikheten att en slumpmässigt utvald 6 månader gammal flicka väger mer än 7.0 kg.
- (b) Beräkna sannolikheten att det bland 5 stycken slumpmässigt utvalda 6 månader gamla flickor finns minst 2 stycken som väger mindre än 7.0 kilo.

6. I en opinionsundersökning baserad på 1941 intervjuer som utfördes dagarna innan förra valet svarade 6.8% att de skulle rösta på folkpartiet.

Bilda ett 99% konfidensintervall för andelen röstberättigade som vid denna tidpunkt skulle ha röstat på folkpartiet. Ange antagen modell samt motivera eventuella approximationer.

7. Effekten av fysisk träning på halten av ett visst ämne i kroppen studeras på 10 försökspersoner. Halten av ämnet mättes precis före och efter ett träningspass. Följande resultat erhöles:

Försöksperson	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Före träning	6.8	7.7	9.4	7.3	3.7	13.1	7.7	2.4	9.9	21.5
Efter träning	9.5	9.0	8.6	5.8	4.7	12.1	13.6	6.5	13.1	22.0

Mätvärdena antas utgöra oberoende observationer av normalfördelade slumpvariabler. Ansätt en lämplig modell och bilda ett 95% konfidensintervall för att avgöra om träning har någon statistisk säkerställd systematisk effekt på halten av ämnet.

8. I en kommun undersöktes sambandet mellan taxeringsvärde, x_i , och försäljningspris, y_i av villor. För 10 villor hade man följande siffror:

Taxeringsvärde (kkkr)	840	750	600	780	980	550	560	1200	735	675
Försäljningspris (kkkr)	1000	910	800	950	1300	680	710	1400	990	910

Man uppfattar taxeringsvärdena som givna och försäljningspriserna som utfall av oberoende stokastiska variabler;

$$Y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i,$$

där ϵ_i är slumpmässiga fel som är $N(0, \sigma^2)$ med okänd standardavvikelse.

- (a) Skatta parametrarna α , β , och σ .
- (b) Bilda ett 95 % konfidensintervall för α och avgör baserat på detta om det kan anses vara statistiskt säkerställt att $\alpha \neq 0$.

Räknehjälp: $\sum x_i = 7670$, $\sum y_i = 9650$, $\sum x_i^2 = 6248850$, $\sum y_i^2 = 9795300$, $\sum x_i y_i = 7811000$.