

Skrivtid: 08.00-13.00. För betygen 3, 4 resp. 5 krävs 18, 25 resp. 32 poäng, inklusive ev. bonuspoäng. Lösningarna skall vara väl motiverade. Skriv endast på ena sidan, börja ny uppgift på ny sida och använd ej rödpenna.

Tillåtna hjälpmedel: Räknedosa. Formel- och tabellsamling i matematisk statistik.

1. I en stad kan hastighetskontroll med radar förekomma vid fyra ställen: A, B, C eller D. En bilist färdas dagligen (med alltför hög hastighet) genom staden och måste då passera precis ett av ställena. Sannolikheterna att passera respektive plats anses vara 0.20, 0.10, 0.50 resp. 0.20. Radarkontrollerna är dock inte alltid i funktion: Sannolikheten för kontroll en given dag är 0.40, 0.30, 0.20 resp. 0.30 för de olika platserna.
 - (a) Beräkna sannolikheten att bilisten hamnar i en radarkontroll en slumpvis vald dag. (2p)
 - (b) Du får reda på att bilisten hamnade i kontroll. Beräkna sannolikheten att radar-kontrollen fanns vid plats B. (2p)
2. En stokastisk variabel X har fördelningsfunktionen

$$F_X(x) = x^4, \quad 0 \leq x \leq 1.$$

- (a) Beräkna $P(X \leq 1/2)$. (2p)
 - (b) Bestäm väntevärdet $E[X]$. (4p)
3. Antag att den högst uppmätta vattennivån (m) under ett år vid en mätboj är *extremvärdesfördelad* enligt

$$F(x) = \exp(-e^{-(x-12)/1.75}), \quad -\infty < x < \infty$$

Med hundraårsvågen x_{100} menas det värde för vilket gäller $P(X > x_{100}) = 1/100$.

- (a) Bestäm värdet på hundraårsvågen (i m). (3p)
 - (b) Beräkna sannolikheten att det kommer en våg högre än 100-årsvågen under 20 år, under förutsättning att de högsta vattennivåerna under olika år är oberoende. (3p)
4. Flygbolag tillämpar ofta överbokning. Två bolag A och B anser att sannolikheten är 0.05 att en passagerare som gjort en bokning i själva verket inte utnyttjar sin plats. Överbokning införs därför enligt följande: A säljer 94 biljetter för sina flyg med 90 platser, B säljer 188 biljetter för sina flyg med 180 platser. Med vilket flygbolag löper en resenär störst risk att missa sin avgång, efter att ha genomfört en bokning? (4p)

Anmärkning. EU:s regler säger att flygresenärer har rätt att få kompensation vid problem med flyget. Om flyget är överbokat eller ställs in har flygresenären rätt till ekonomisk ersättning. Flygbolagen är alltid skyldiga att erbjuda assistans.

Var god vänd!

5. En undersökning gjordes bland studenter från två studieriktningar A och B. Man önskade uppskatta hur lång tid som förlöper från det att studenterna avslutat sina studier tills de fått arbete. (Om studenterna får arbete innan studiernas slut redovisas ett negativt tal.)

Man har 15 observationer från A-studenter och 11 från B. Antag att observationerna kommer från normalfördelningar med väntevärden μ_A resp. μ_B och med standardavvikelser σ_A och σ_B . Från data har man funnit $\bar{x}_A = 2.137$, $\bar{x}_B = 0.904$ resp. $s_A = 2.41$, $s_B = 1.81$.

- (a) Gör lämpliga antaganden och konstruera ett 90% konfidensintervall för differensen mellan väntevärdena, $\mu_A - \mu_B$. (5p)
- (b) Använd ditt konfidensintervall för att utreda om det finns någon skillnad mellan studieriktningarna beträffande förväntad tid innan arbete fås. (1p)
6. En tärningsspelare borrade två hål i en symmetrisk tärning och fyllde igen med bitar av stål. För att skatta sannolikheten p att få en sexa, kastades tärningen 600 gånger och i 123 av fallen erhöles en sexa.
- (a) Konstruera ett 95% konfidensintervall för p . (5p)
- (b) Använd konfidensintervallet för att dra en slutsats: Har spelaren lyckats ändra sannolikheten för sexa? (1p)
7. Vid en undersökning av mineralulls förmåga att dämpa ljud vid olika frekvenser fick man följande mätvärden:

y_i	0.852	0.756	0.616	0.463	0.360	0.211	0.105
x_i	251	316	398	501	631	794	1000

Här är y_i andelen reflekterat ljud och x_i är frekvensen i Hz. Man ansätter modellen

$$y_i = a \exp(-bx_i)\epsilon_i$$

där $\ln \epsilon_i \in N(0, \sigma)$. I denna modell vill man skatta parametrarna a och b , och med hjälp av följande omskrivning kan standardmetodiken för enkel linjär regression användas:

$$\ln y_i = \ln a - bx_i + \ln \epsilon_i.$$

- (a) Skatta parametrarna a och b . (5p)
- (b) Beräkna ett 95% konfidensintervall för b . (3p)

Lycka till!