UPPSALA UNIVERSITET
MATEMATISKA INSTITUTIONEN
Jörgen Östensson

LINJÄR ALGEBRA och GEOMETRI I
för IT1, STS1, KandDv1

Höstterminen 2008

Inlämningsuppgift 1

Lösningarna skall åtföljas av förklarande text och skall vara prydligt skrivna för hand. Datorutskrifter accepteras inte. Varje uppgift ger maximalt 5 poäng. Inlämningsuppgiften lämnas i gruppplärarens postfack senast måndagen den 17:e november kl.18.00.

1. (a) Vilka villkor måste talen b_1, b_2, b_3, b_4 uppfylla för att ekvationssystemet

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 - 5x_4 + 2x_5 = b_1 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = b_2 \\ 3x_1 - 5x_2 - 7x_3 - 8x_4 + x_5 = b_3 \\ x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 + 2x_5 = b_4 \end{cases}$$

skall ha någon lösning?

(b) Lös ekvationssystemet för $(b_1, b_2, b_3, b_4) = (1, 2, 1, 2)$.

2. Lös det linjära ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + (a+1)y + z = a \\ ax + 2y + z = 1 \\ (a+1)x + y + 2z = 2 \end{cases}$$

för alla värden på den reella konstanten a.

3. För vilka värden på den reella konstanten b är matrisen

$$B = \begin{pmatrix} 1 & b & 0 \\ b & 1 & b \\ 0 & b & 1 \end{pmatrix}$$

inverterbar? Bestäm B^{-1} för dessa värden på b.

4. Låt

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Finn elementära 3×3-matriser $E_1, E_2, ..., E_k$ (med ett lämpligt k) sådana att

$$A = E_1 E_2 ... E_k .$$

Beskriv även A^{-1} som produkt av elementära matriser.